



LE COMPETENZE MATEMATICHE IN UNA DIMENSIONE EUROPEA:

L'AREA STRATEGICA DEL BIENNIO SECONDARIO SUPERIORE

Seminario provinciale

Bologna - 31 marzo 2009



MATEMATICA

Si connota oggi come
“apprendimento di base” e
pertanto da sviluppare e
garantire per tutti i giovani come
diritto formativo irrinunciabile
per l'esercizio della **cittadinanza**
attiva



IL QUADRO DI RIFERIMENTO

- Obiettivi strategici per la qualità dell'istruzione a garanzia del diritto di cittadinanza per tutti: **Conferenza di Lisbona 2000**
- Programma d'Azione per la promozione della cittadinanza attiva: **Consiglio d'Europa 2004**
- Competenze chiave per l'apprendimento permanente: **Raccomandazione del Consiglio e del Parlamento Europeo 2006**



COMPETENZE CHIAVE

- Comunicazione nella madrelingua
- Comunicazione nelle lingue straniere
- **Competenza matematica** e competenze di base in scienza e tecnologia
- Competenza digitale
- Imparare a imparare
- Competenze sociali e civiche
- Spirito di iniziativa e imprenditorialità
- Consapevolezza ed espressione culturale



LA PROPOSTA ITALIANA PER IL BIENNIO SECONDARIO SUPERIORE

**Regolamento del Nuovo Obbligo
di Istruzione** fino a 16 anni:

DM 22-08-2007

Obiettivo: assicurare l'equivalenza
formativa di tutti i percorsi
scolastici, nel rispetto dei curricula
dei diversi ordini e indirizzi di studio



ASSI CULTURALI STRATEGICI

- **Saperi e competenze sono riferiti a quattro assi culturali strategici:**

Asse dei linguaggi

Asse matematico

Asse scientifico-tecnologico

Asse storico-sociale

- **Facendo proprie le competenze chiave dell'UE sono proposti come trama per la costruzione di percorsi di apprendimento**



ASSE MATEMATICO

- **La competenza matematica non si esaurisce nel sapere disciplinare, comporta l'abilità di individuare e applicare procedure per affrontare situazioni problematiche nel contesto quotidiano mediante linguaggi formalizzati**
- **Comporta la capacità e la disponibilità ad usare modelli matematici di pensiero e di rappresentazione**



MODELLO MATEMATICO

Nozione che descrive in termini corretti il modo di passare da una **situazione concreta**, conosciuta solo intuitivamente o sperimentalmente, ad un insieme di **schemi formalizzati che la descrivono** e che consentono, anche con l'aiuto di un computer di **simularne il comportamento e di formulare previsioni, da verificare poi sul campo, sulla sua evoluzione**

Nodi da approfondire per l'attivazione di proposte didattiche


- **Contemperare matematica come oggetto di conoscenza e matematica come atteggiamento e strumento per la conoscenza**
- **Matematica come oggetto di studio, come linguaggio per descrivere, definire, spiegare, argomentare, dimostrare,
come strumento di lettura e interpretazione del reale**



MATEMATICA come....

Linguaggio per

- **descrivere,**
- **definire,**
- **spiegare,**
- **argomentare,**
- **dimostrare**

- 
-
- **Mediare un rapporto equilibrato fra i vari aspetti dell'apprendimento della matematica: algoritmico, concettuale, di strategie, di comunicazione e di gestione delle rappresentazioni**
 - **Creazione di ambienti funzionali all'apprendimento, attività di tipo laboratoriale**

LABORATORIO DI MATEMATICA

- Il laboratorio di matematica non costituisce un nucleo di contenuto né di processo, ma si presenta come una serie di indicazioni metodologiche trasversali, basate certamente sull'uso di strumenti tecnologici e non, ma principalmente finalizzate alla costruzione di significati matematici.

**Documenti:
DM n.139 – 2007
Indicazioni per il curricolo - 2007**

A diagram with a central oval labeled 'Matematica'. To its top-left is a green box with curriculum documents. To its right are two yellow boxes for 'Studenti' and 'Insegnanti'. Below the oval is a green box for national and international tests. At the bottom-left is another green box for a UMI-CIIM document. A horizontal line extends from the top-right of the first green box.

Studenti

Matematica

Insegnanti

**Prove nazionali: Invalsi (IV prova Scuola media)
Prove internazionali: Ocse Pisa, TIMSS**

**Documento UMI –CIIM:
Matematica 2001 -2003**

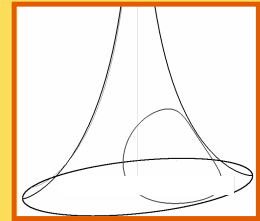
Quale matematica



Indicazioni per il curriculum - 2007

- **La matematica ha uno specifico ruolo nello sviluppo della capacità generale di operare e comunicare significati con linguaggi formalizzati e di utilizzare tali linguaggi per rappresentare costruire modelli di relazioni fra oggetti ed eventi.**
- **In particolare, la matematica dà strumenti per la descrizione scientifica del mondo e per affrontare problemi utili alla vita quotidiana, inoltre contribuisce a sviluppare capacità di comunicare e discutere, di argomentare in modo corretto, di comprendere i punti di vista e le argomentazioni altrui.**

Quale matematica



La matematica
per il cittadino

Curricoli UMI-CIIM 2001 - 2003

La formazione del curriculum scolastico non può prescindere dal considerare sia la **funzione strumentale**, sia la **funzione culturale** della matematica: **strumento essenziale per una comprensione quantitativa della realtà** da un lato,

e dall'altro un **sapere logicamente coerente e sistematico**, **caratterizzato da una forte unità culturale**. Entrambi gli aspetti sono essenziali per una formazione equilibrata degli studenti.

L'indagine OCSE-PISA

*(Programme for International
Student Assessment)*



Il progetto OCSE-PISA

**Le prove misurano le competenze dei 15enni
scolarizzati dei paesi partecipanti,
indipendentemente dai curricula dei diversi
paesi**



Spunti e sollecitazioni da OCSE-PISA


- **Literacy matematica**

capacità di **identificare e comprendere il ruolo che la matematica gioca nel mondo reale**, di operare valutazioni fondate e di utilizzare la matematica e confrontarsi con essa in modi che rispondano alle esigenze della vita di un **individuo in quanto cittadino che riflette, che si impegna e che esercita un ruolo costruttivo**.



Raggruppamenti di processi cognitivi

- **Riproduzione:** esecuzione di calcoli, procedure di routine, applicazione di algoritmi standard, abilità tecniche,...
- **Connessione:** interpretazione, collegamenti, mobilitazione di competenze della riproduzione per la risoluzione di problemi familiari, ma non di routine,...
- **Riflessione:** pianificazione di strategie, giustificazione di scelte, argomentazioni



Si tratta di una matematica nella quale sono
fortemente correlati:

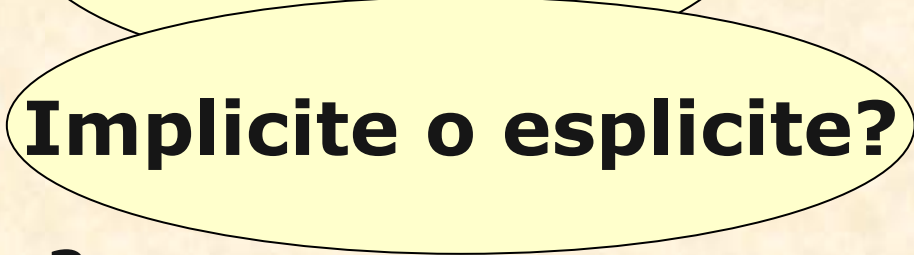
- **I contenuti disciplinari**
- **Le situazioni e i contesti in cui i problemi sono posti**
- **I processi che gli allievi devono attivare per collegare la situazione problematica affrontata con i contenuti matematici**



QUALE MATEMATICA?



Quali scelte?



Implicite o esplicite?

Quali nuclei di contenuto?
Quali nuclei di processo?

Nuclei fondanti

Le scelte operate dall'Italia:

- **Indicazioni per il curricolo (2007)**
- **Curricoli UMI – CIIM (Matematica 2001 – 2003)**
- **DM n.139 Obbligo di Istruzione**

Le scelte a livello internazionale:

- **OCSE –PISA**
- **TIMSS 2007**
- **NCTM 2000**

Indicazioni Nazionali e Indicazioni per il curricolo	OCSE-PISA 2006 Overarching ideas (idee chiave)	TIMSS 2007 Content domains (domini di contenuto)	NCTM Standards 2000 Contents (contenuti)
NUMERI	QUANTITA'	NUMERO	NUMERI E OPERAZIONI
SPAZIO E FIGURE	SPAZIO E FORMA	GEOMETRIA	GEOMETRIA
RELAZIONI E FUNZIONI	CAMBIAMENTI E RELAZIONI	ALGEBRA	ALGEBRA
MISURE, DATI E PREVISIONI	INCERTEZZA	DATI E CASO	ANALISI DEI DATI E PROBABILITA'

TIMSS: Trends in International Mathematics and Science Study

IEA International Association for the Evaluation of Educational Achievement

www.invalsi.it

Un confronto ulteriore

OCSE-PISA idee chiave	Curricoli UMI nuclei di contenuto
Quantità	Numeri e algoritmi
Spazio e forma	Spazio e figure
Incertezza	Dati e previsioni
Cambiamento e relazioni	Relazioni e funzioni

Un confronto ulteriore

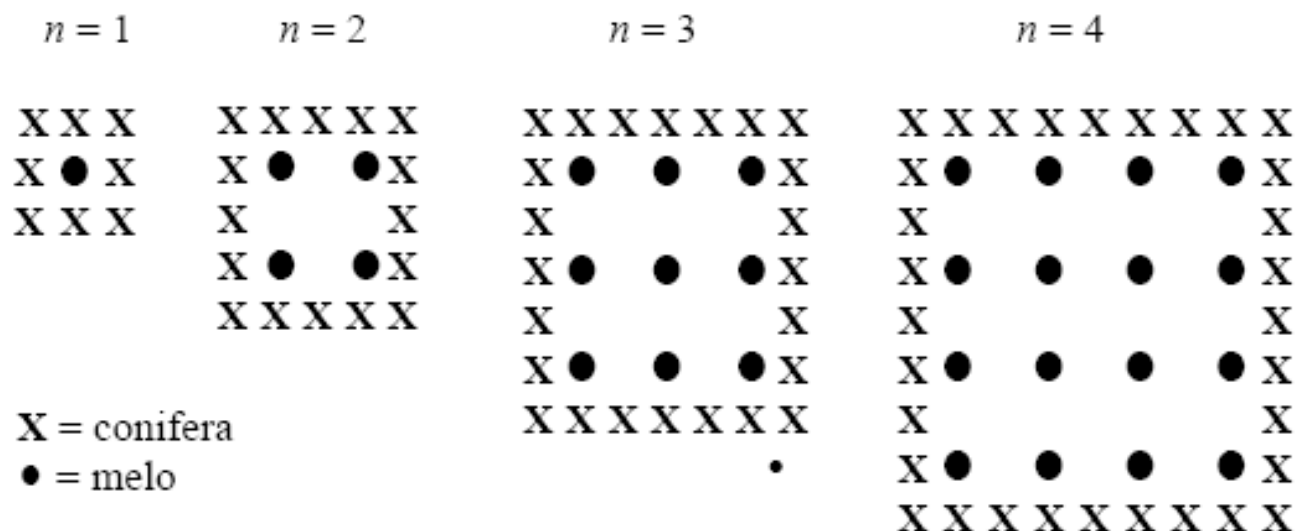
OCSE-PISA- processi	Curricoli UMI nuclei di processo
Argomentare, generalizzare, comunicare	Argomentare, congetturare e dimostrare
Modellizzare la realtà	Misurare
Usare il linguaggio matematico e rappresentazioni	Porsi e risolvere problemi

Ocse 2000

MELI

Un agricoltore pianta dei meli in modo da formare un quadrato. Per proteggere questi alberi dal vento, pianta delle conifere intorno al frutteto.

Qui sotto puoi vedere uno schema che rappresenta la disposizione dei meli e delle conifere per un numero qualsiasi (n) di filari di meli:



Idea chiave: Cambiamenti e relazioni

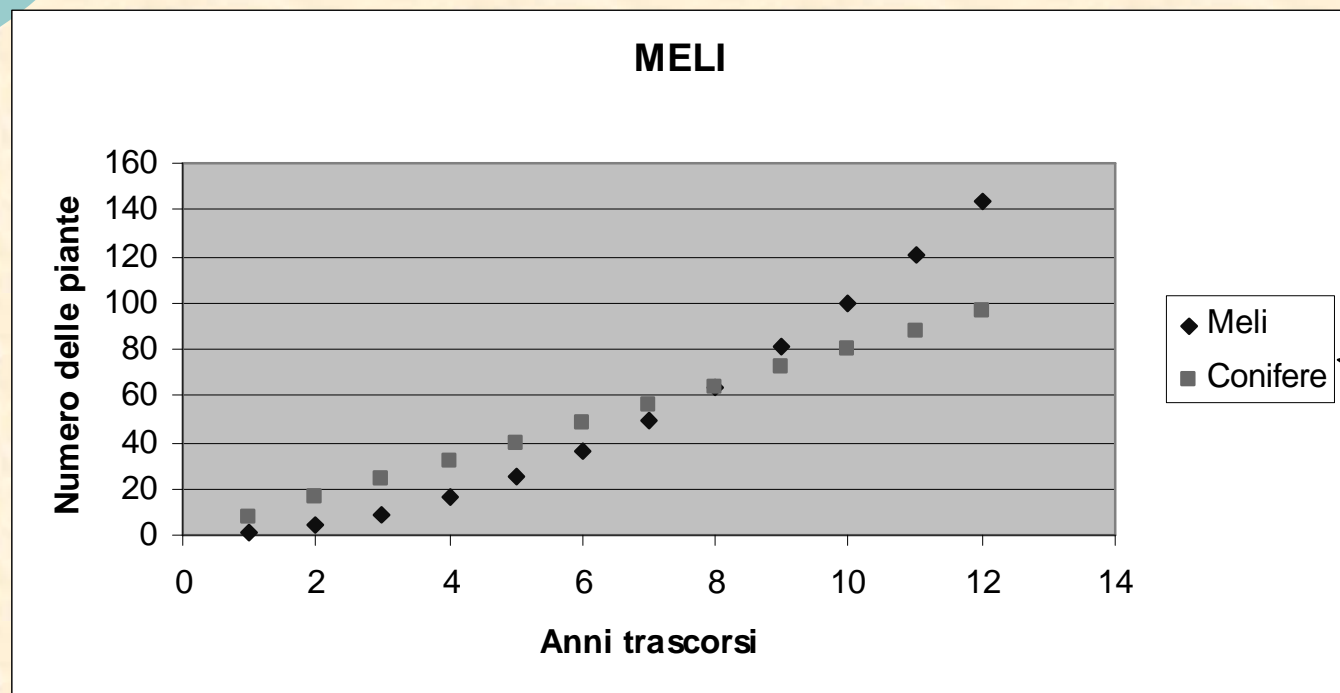
$n =$	Numero di meli	Numero di conifere
1	1	8
2	4	16
3	9	24
4	16	32
5	25	40

Numero di meli = n^2

Numero di conifere = $8n$

dove n è il numero di filari di meli.

Vi è un valore di n per cui il numero di meli è uguale al numero di conifere. Trova il valore di n e mostra il metodo che hai usato per calcolarlo.



**Risposte
esatte:
circa 1/3
del totale**


Il quesito:

Riguarda la funzione culturale della matematica

Per la soluzione, lo studente deve:

- ✓ **Ricerca regolarità**
- ✓ **Usare variabili**
- ✓ **Ricorrere all'uso consapevole dei concetti funzione e di equazione**
- ✓ **Generalizzare le relazioni trovate**

Eventuali sviluppi: insiemi numerici densi e/o continui

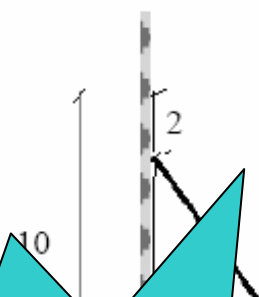
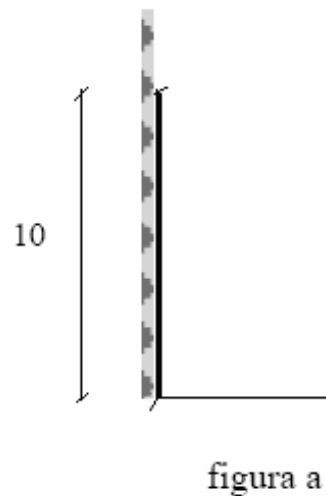


**~~Nella scuola italiana uno spazio~~
MOLTO AMPIO
è dedicato al
CALCOLO LETTERALE.**

**Nella prassi scolastica,
nella trattazione del calcolo letterale
prevalgono le procedure di calcolo,
senza
riferimento a situazioni
in cui la manipolazione di espressioni
acquista significato.**


**IV Prova - Secondaria
di I Grado
17 giugno 2008**

- C9. In una tavoletta babilonese del 1800 a.c. si legge il seguente quesito:
“Un bastone lungo 10 unità è appoggiato ad un muro (figura a). Poi, scivola di 2 unità (figura b). Di quante unità il piede del bastone si è allontanato dalla base del muro?”.



Risposte esatte: 57%

- A. 6 unità.
- B. 8 unità.
- C. 10 unità.
- D. 12 unità.



**Quali problemi sono presentati
nella pratica didattica?**

**Quale è il ruolo assegnato ai
problemi?**

Ocse

prova OCSE PISA



IL LAMPIONE

**Il consiglio comunale ha deciso di mettere un
lampione in un piccolo parco triangolare in modo che
l'intero parco sia illuminato.**

Dove dovrebbe essere collocato il lampione?

IDEA CHIAVE



SPAZIO E FORMA

CAMBIAMENTO E RELAZIONI

IL PROCESSO DI MATEMATIZZAZIONE

1. Partire da un problema reale.

Occorre localizzare il punto di un parco in cui mettere un lampione.

2. Strutturare il problema in base a concetti matematici.

Il parco può essere rappresentato come un triangolo e l'illuminazione di un lampione come un cerchio con il lampione al centro.



IL PROCESSO DI MATEMATIZZAZIONE



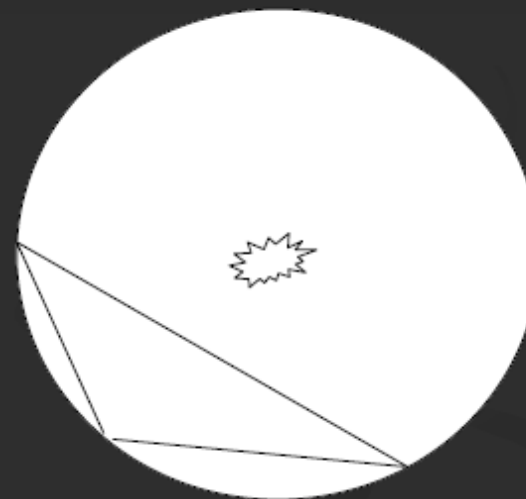
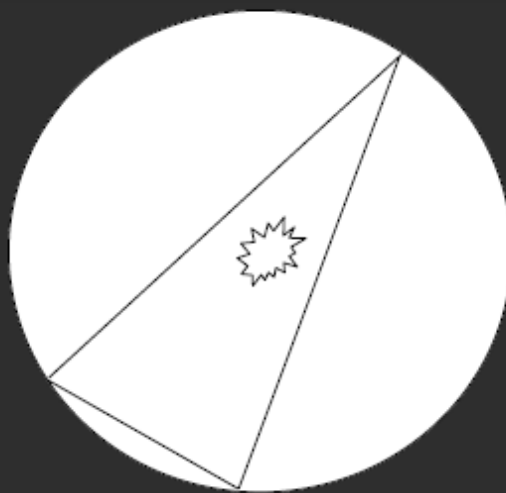
Il problema viene riformulato in:

“localizzare il centro del cerchio circoscritto al triangolo”.

4. Risolvere il problema matematico.

Poiché il centro di un cerchio circoscritto a un triangolo giace nel punto di incontro degli assi dei lati del triangolo, occorre costruire gli assi di due lati del triangolo. Il loro punto di intersezione è il centro del cerchio.

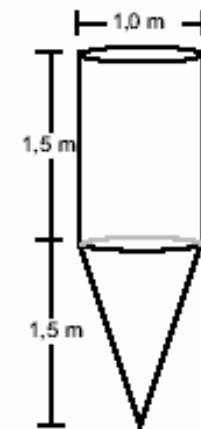
RAPPRESENTAZIONE GRAFICA



Apprendimenti di base

Il serbatoio d'acqua

(scheda di lavoro, autore M. Chiesa)



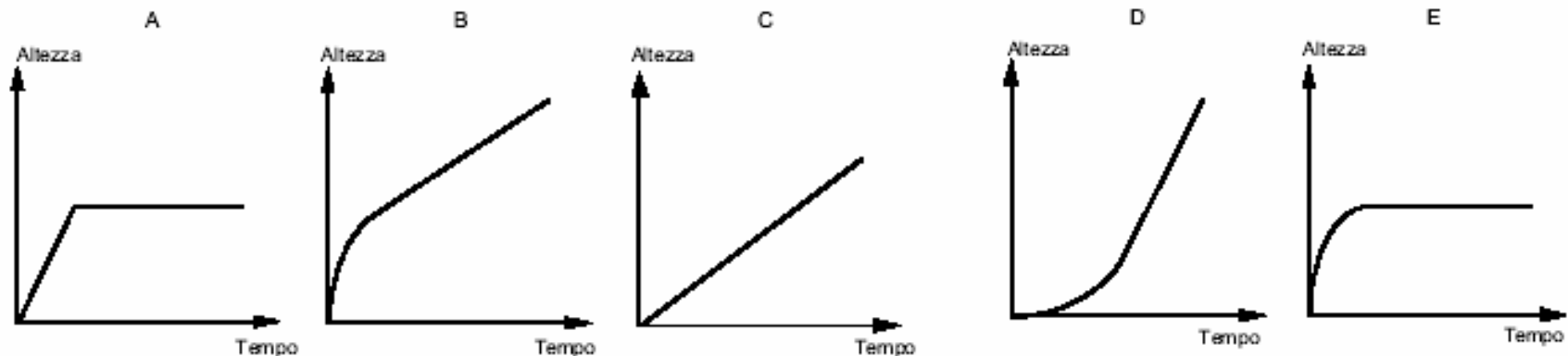
Serbatoio per l'acqua

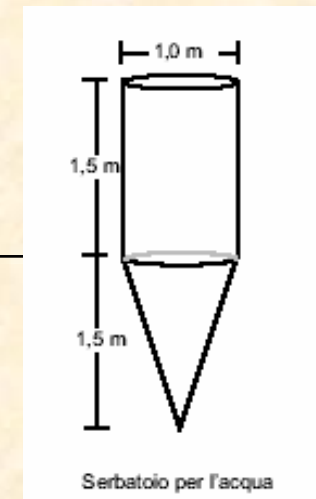
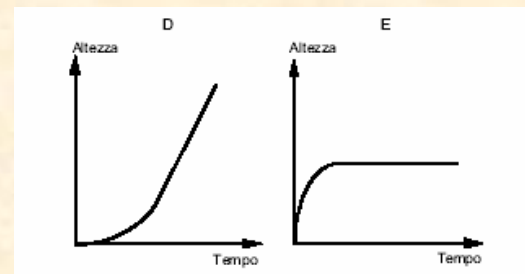
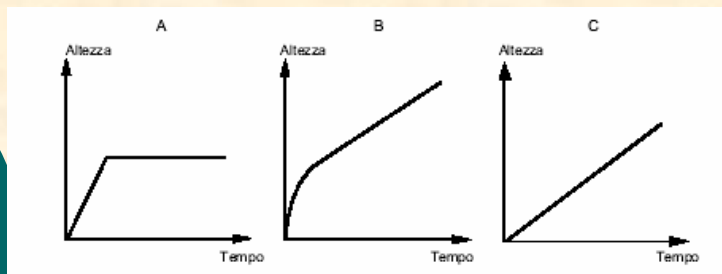
Un serbatoio per l'acqua ha la forma e le dimensioni indicate nella figura.

All'inizio il serbatoio è vuoto, poi viene riempito di acqua velocità di un litro al secondo.

Quale dei seguenti grafici mostra come cambia l'altezza del livello dell'acqua con il passare del tempo?

Motiva la tua risposta e scrivi perché hai scartato gli altri





"Non può essere A perché dopo un breve tratto di movimento la linea si ferma. Non può essere D perché l'andamento all'inizio è troppo lento e dopo è troppo veloce. Non può essere E perché dopo l'inizio molto veloce, la linea si ferma. Non può essere C perché l'andamento della linea è costante, ma la forma del serbatoio ha una parte che termina a punta e quindi la velocità di riempimento non è uguale per tutto il serbatoio. Ho scelto B perché la prima parte del grafico è ripida, che vuol dire che all'inizio il riempimento è veloce, poi l'andamento rallenta. Penso che sia giusto perché la prima parte del serbatoio è più stretta e si riempie più velocemente, poi si ingrandisce e si riempie più lentamente".

Competenza in Matematica

Concetti

Algoritmi

Problemi

Comunicazione

Rappresentazione

Apprendimento concettuale

Apprendimento algoritmico

Apprendimento di strategie

Apprendimento comunicativo

Gestione delle rappresentazioni

M. Fandino – Pinilla, Molteplici aspetti dell'apprendimento della matematica, Erickson

Competenza matematica