

Ufficio Scolastico Regionale per l'Emilia-Romagna
ANSAS ex-IRRE Emilia-Romagna

MATEMATICA

*Dalle Indicazioni
alla pratica didattica*

a cura di
ANNA MARIA BENINI e AURELIA ORLANDONI

Contributi di:

Anna Maria Benini • Alessandra Carloni • Simonetta Franzoni
Rossella Garuti • Fiorenza Giancristofaro • Giuliana Gnani
Grazia Grassi • Francesca Martignone • Michela Maschietto
Stefania Neri • Aurelia Orlandoni • Anna Polizzari
Valeria Perotti • Elena Spera • Paola Vighi
Cinzia Villani • Caterina Visalli

tecnodid
EDITRICE

Il volume 'Matematica' è il risultato di un lavoro coordinato tra Ufficio Scolastico Regionale per l'Emilia-Romagna e ANSAS-Nucleo ex-IRRE Emilia-Romagna, nell'ambito del progetto "Gruppi di ricerca sulle Indicazioni". Il finanziamento è assicurato dall'USR E-R, nell'ambito dell'utilizzazione dei fondi assegnati all'ex-IRRE per attività di ricerca (Legge 440/1997) e dei fondi per il supporto alle "Indicazioni per il curriculum" (Direttiva MIUR n. 68/2007).

Il Gruppo di ricerca è composto da:

Aurelia Orlandoni (coordinamento tecnico-scientifico), Angela Pia Battista, Anna Maria Benini, Maria Grazia Cardillo, Alessandra Carloni, Maria Angela Dalmonte, Simonetta Franzoni, Rossella Garuti, Fiorenza Giancristofaro, Grazia Grassi, Alessandra Meneghetti, Stefania Neri, Maria Giovanna Papoff, Anna Pelizzari, Valeria Perotti, Cinzia Villani, Caterina Visalli.

Consulenti: Maria Teresa Borgato, Bruno D' Amore, Martha Isabel Fandiño Pinilla, Giuliana Gnani, Michela Maschietto, Silvia Sbaragli, Paola Vighi.

I testi del volume sono stati curati dagli autori che appaiono nell'indice e che sono riportati in testa ad ogni contributo.

Volume a cura di Anna Maria Benini e Aurelia Orlandoni

Coordinamento generale e supervisione scientifica: Giancarlo Cerini

Coordinamento redazionale, editing: Maria Teresa Bertani

Collana "I Quaderni dei Gruppi di ricerca USR e IRRE Emilia-Romagna"

Serie II - Quaderno n. 6, febbraio 2010

La riproduzione dei testi è consentita previa citazione della fonte.

Ufficio Scolastico Regionale per l'Emilia-Romagna
via Castagnoli, 1 - 40126 Bologna - Tel. 051 3785 1 - Fax 051 4229721
E-mail: direzione-emiliaromagna@istruzione.it; sito web: www.istruzioneer.it
Direttore generale: Marcello Limina

Ufficio V - Formazione, autonomia
Dirigente: Giancarlo Cerini

Codice ISBN: 978-88-86100-60-1

Stampa: Tecnodid editrice, Napoli, febbraio 2010

Presentazione

Serve una scuola di base più 'forte'	5
<i>Marcello Limina, Leopolda Boschetti</i>	

Introduzione

Il gruppo di matematica e le attività regionali	7
<i>Anna Maria Benini, Aurelia Orlandoni</i>	

Parte I

Le competenze nelle Indicazioni per il curriculum (2007)

I traguardi per lo sviluppo della competenza: un'analisi comparata	9
<i>Simonetta Franzoni, Giuliana Gnani, Anna Pelizzari, Cinzia Villani</i>	

Parte II

Documentare la didattica

Uno strumento per descrivere le esperienze	23
<i>Valeria Perotti, Paola Vighi</i>	

Ricercare e scoprire: il gioco delle 13 pietre	30
<i>Valeria Perotti</i>	

Geometria per pensare: il cane Pluto	39
<i>Caterina Visalli</i>	

Un approccio graduale alle potenze	42
<i>Fiorenza Giancristofaro</i>	
Una matematica dal volto umano: contare e raccontare	45
<i>Stefania Neri</i>	
Tra arte e geometria: isometrie per grandi e piccini	48
<i>Alessandra Carloni</i>	

Parte III

Buone pratiche di didattica della matematica

La Lavagna interattiva multimediale nella scuola	52
<i>Michela Maschietto</i>	
Natura, arte e... isometrie con la LIM	57
<i>Grazia Grassi, Elena Spera</i>	
La didattica laboratoriale: il progetto MMLAB-ER	62
<i>Francesca Martignone</i>	
La scuola fa ricerca: il progetto EM.MA.	67
<i>Rossella Garuti</i>	

Presentazione della Collana

SERVE UNA SCUOLA DI BASE PIÙ 'FORTE'

Marcello Limina*, Leopolda Boschetti**

*Direttore Generale dell'Ufficio Scolastico Regionale per l'Emilia-Romagna

**Commissario straordinario ANSAS

Vecchie e nuove Indicazioni

La scuola di base italiana è stata coinvolta negli ultimi anni in numerosi tentativi e proposte di riforma, che hanno richiesto agli operatori scolastici una costante attività di autoformazione e di riflessione sul senso da dare ai cambiamenti e sulla loro possibile incidenza positiva nelle pratiche didattiche. Tuttavia, il rapido avvicinarsi delle proposte pone l'esigenza di un consolidamento e di una stabilizzazione degli ordinamenti e delle indicazioni programmatiche. Questo orientamento emerge dal recente regolamento sul primo ciclo (D.P.R. 89/2009), che all'art. 1 propone una lettura integrata tra le *Indicazioni nazionali* (D.lgs. 19-2-2004, n. 59) e le *Indicazioni per il curricolo* (D.M. 31-7-2007). A tal fine viene previsto un periodo triennale di ricerca (dall'a.s. 2009-10 all'a.s. 2011-12), nel quale le scuole e gli insegnanti sono invitati a sperimentare le Indicazioni curriculari, come stimolo a migliorare i metodi di insegnamento, riscoprendo gli elementi essenziali e fondativi del progetto educativo.

Questo è il messaggio che emerge anche dall'Atto di indirizzo firmato dal Ministro Mariastella Gelmini l'8 settembre 2009, nel quale vengono richiamate le grandi sfide che attendono la scuola italiana del futuro: una formazione culturale più incisiva e solida, il ripristino di valori di responsabilità solidarietà e cittadinanza, il recupero del "senso" dell'esperienza scolastica. Una buona scuola di base, nelle sue collaudate articolazioni di scuola dell'infanzia, scuola primaria e scuola secondaria di I grado, se ben raccordata nei curricoli disciplinari, nei sistemi di valutazione, nella coerenza delle proposte didattiche, è in grado di portare un contributo decisivo al miglioramento dei risultati scolastici.

A tal fine, la disponibilità di curricoli aggiornati e coerenti, elaborati con l'ausilio delle comunità scientifiche e professionali, validati attraverso moderni sistemi di valutazione e certificazione, diventa un prerequisito fondamentale per la qualità e l'equità dell'intero percorso formativo.

La ricerca in Emilia-Romagna

È per questo motivo che negli ultimi cinque anni, l'Ufficio Scolastico Regionale per l'Emilia-Romagna, d'intesa con l'Agenzia Nazionale - nucleo IRRE Emilia-Romagna, ha predisposto un ambizioso programma di ricerca didattica sulle indicazioni curriculari che il Ministero dell'istruzione ha elaborato. Nel triennio 2004-2007 hanno operato 15 gruppi di ricerca (coinvolgendo oltre 300 tra insegnanti, dirigenti, docenti universitari, rappresentanti di associazioni, ecc.) che analizzarono i contenuti culturali e pedagogici delle indicazioni "Bertagna". Di quella stagione resta un ricco scaffale di "Quaderni" inviati a tutte le scuole, ma ancora disponibili, che contengono elementi utili per decodificare le indicazioni programmatiche delle singole discipline. Successivamente, nel biennio 2007-2009, dieci gruppi di ricerca, con circa 200 partecipanti, hanno elaborato analisi ed ipotesi di lavoro sulle discipline obbligatorie del curriculum nazionale stilato dalla commissione "Cerutti". L'esito culturale del lavoro è ora offerto all'attenzione della scuola regionale, attraverso la pubblicazione di una seconda collana di 10 quaderni che qui vengono presentati.

Si conferma in questa nuova serie editoriale la vocazione positiva dell'IRRE Emilia-Romagna e dell'USR Emilia-Romagna nell'accompagnare i processi di riforma e di innovazione, attraverso momenti di ricerca, formazione, dialogo con il mondo della scuola. Tutto ciò in sintonia con le caratteristiche della nostra regione, da tempo attenta ed appassionata ai temi dell'educazione, ma che oggi deve interrogarsi – come tutte le società mature – sul ruolo 'appannato' dell'educazione, su alcune criticità che affiorano nei livelli di apprendimento, su sintomi di stanchezza nelle motivazioni dei ragazzi.

Riteniamo che la ricerca sui contenuti culturali, la riscoperta del valore formativo delle discipline (che sono al centro dei Quaderni, quasi in uno sforzo di riscoperta della centralità dei saperi come *mission* fondamentale della scuola), l'individuazione di percorsi didattici praticabili, desunti dalle migliori esperienze, siano elementi importanti per qualificare la nostra scuola e per offrire ai docenti strumenti professionali utili per ripensare metodi e approcci didattici e renderli ancora più adeguati alle esigenze dei ragazzi di oggi.

Un ringraziamento sentito va dunque a tutti coloro che, con ruoli diversi (dirigenti tecnici e scolastici, docenti, ricercatori, cultori della materia), accomunati da un forte impegno culturale e professionale, hanno reso possibile questa apprezzata iniziativa di ricerca e documentazione.

IL GRUPPO DI MATEMATICA E LE ATTIVITÀ REGIONALI

Anna Maria Benini*, Aurelia Orlandoni**

*Dirigente Tecnico, Ufficio Scolastico Regionale per l'Emilia-Romagna

**Coordinatrice scientifica del Gruppo di ricerca "Matematica",
già ricercatrice IRRE E-R, collaboratrice INValSI

A partire dal 2003 l'Ufficio Scolastico Regionale per l'Emilia Romagna ha sviluppato diverse azioni in ambito matematico, avvalendosi della collaborazione di ricercatori di IRRE-ER; nel tempo si è così costruita una forte sinergia che ha consentito di sviluppare processi di ricerca-azione e di formazione coinvolgendo molti insegnanti e producendo materiali da diffondere sul territorio.

Fra il 2005 e il 2007 ha operato un gruppo di ricerca sulla 'Matematica'. Partito con l'intento di approfondire l'ambito disciplinare all'interno delle nuove *Indicazioni Nazionali* (2004), ha in realtà fatto emergere la consapevolezza che il vero problema era quello di individuare e realizzare modalità didattiche e strumenti per migliorare l'apprendimento della matematica, e di sviluppare nei nostri giovani cittadini le connesse abilità e competenze di base ritenute oggi socialmente indispensabili.

Allo scopo di migliorare l'interazione tra innovazione e prassi didattiche consolidate, il gruppo si orientò ad elaborare un supporto concreto finalizzato a fornire una chiave di lettura, equilibrata e propositiva, dei cambiamenti in atto, non solo sul piano normativo, ma anche in relazione alle considerazioni disciplinari più accreditate e alla consolidata ricerca in didattica della matematica.

All'inizio del 2007 i risultati di questa prima parte del lavoro furono pubblicati, a cura di USR E-R¹, in un quaderno poi distribuito alle scuole e presentato in un'iniziativa pubblica nell'autunno dello stesso anno.

Nella primavera 2008 è stato costituito un nuovo gruppo di ricerca in partenariato tra l'USR Emilia-Romagna e l'Ansas ex-IRRE E-R. Il gruppo di ricerca, è stato costituito con l'intento di rappresentare un punto di riferimento regionale nello specifico campo disciplinare, con un duplice obiettivo:

- sviluppare un'analisi e una riflessione sulle *Indicazioni per il curriculum* (2007) e le implicazioni sulle prassi didattiche;

¹ A.M. Benini e A. Orlandoni (a cura di), *Matematica. Ricerca sul curriculum e innovazione didattica*, Tecnodid, Napoli, 2007.

- promuovere un sistema di supporti professionali integrati cui le scuole della regione potessero riferirsi per: consulenza, iniziative formative di carattere seminariale o pubbliche, formazione di insegnanti-referenti che operino a livello di scuola o di territorio, produzione di documentazione ed utilizzo di nuove tecnologie.

Per quanto riguarda il primo punto si è lavorato in continuità con quanto elaborato dal gruppo precedente. In quest'ottica il Quaderno pubblicato nel 2007 è stato assunto come punto di partenza per la nuova ricerca. È quindi risultato naturale sviluppare un'analisi e una riflessione sui *traguardi per lo sviluppo delle competenze*, che costituivano un elemento di novità, che ha portato ad una proposta di integrazione-completamento in relazione alla costruzione di curricoli verticali. L'altro nodo affrontato è stato quello della documentazione di attività ritenute particolarmente significative in relazione alla verticalità e allo sviluppo di competenze.

La prima e la seconda parte del Quaderno riportano le risultanze del lavoro del gruppo rispetto ai punti indicati. Nella terza parte vengono illustrate ulteriori iniziative regionali in ambito matematico, che hanno coinvolto buona parte dei componenti del gruppo e che hanno più o meno direttamente influito sul percorso del gruppo:

- *EM.MA. (EMergenza MATematica)* - progetto sviluppato da USR E-R con il coinvolgimento dell'ex IRRE E-R;
- *Scienze e tecnologie. Laboratorio delle macchine matematiche* - progetto promosso dalla Regione E-R e da USR E-R, con il coinvolgimento dell'ex IRRE E-R;
- *LIM. Lavagne interattive multimediali* - piano di formazione nazionale, avviato dal MIUR con il concorso di numerosi partner locali.

L'insieme di queste attività sta configurando un vero e proprio ambiente integrato di stimoli culturali e professionali, che fa ben sperare per il miglioramento dei processi di insegnamento e apprendimento della matematica nelle nostre scuole.

L'auspicio è che il Quaderno possa essere di supporto agli insegnanti impegnati in questa fase di cambiamento e che fornisca spunti di riflessione sulle prassi didattiche ed elementi utili a sviluppare l'innovazione.

Parte I

Le competenze nelle Indicazioni per il curricolo (2007)

I TRAGUARDI PER LO SVILUPPO DELLA COMPETENZA: UN'ANALISI COMPARATA

Simonetta Franzoni, Giuliana Gnani**, Anna Pelizzari***, Cinzia Villani*****

**Docente di scuola dell'infanzia*

***Dipartimento di Matematica, Università di Ferrara*

****Docente di scuola primaria*

*****Docente di scuola secondaria di I grado*

Dai contenuti alle competenze

Nell'ambito del gruppo di ricerca "Matematica" si è sviluppato un confronto in merito alle *Indicazioni per il curricolo del primo ciclo di istruzione*. Focalizzando la finalità dell'educazione matematica che deve contribuire alla formazione culturale del cittadino in modo tale da permettergli la partecipazione alla vita sociale con consapevolezza e capacità critica, le riflessioni scaturite si sono concentrate soprattutto sulla struttura delle *Indicazioni*, in particolare sull'articolazione in *traguardi per lo sviluppo della competenza* individuati per ogni livello scolastico.

Si è sottolineato che l'insegnamento della matematica deve avviare gradualmente, a partire da campi di esperienza significativi per gli alunni, all'uso del linguaggio e del ragionamento matematico quali strumenti per interpretare il reale e non unicamente come bagaglio astratto di nozioni. Pertanto l'insegnamento della matematica non può prescindere dal considerare sia la funzione strumentale che la funzione culturale della disciplina. All'interno di competenze strumentali come contare, eseguire operazioni aritmetiche sia mentalmente che per iscritto, saper leggere dati rappresentati con tabelle, diagrammi a barre o a torta, misurare una grandezza e calcolare una probabilità, si ritrova sempre un aspetto culturale che collega tali competenze alla realtà in cui viviamo e alle radici storiche sottese.

A differenza dei programmi del passato, in cui si parlava di aritmetica intesa come insieme di concetti, di tecniche, di problemi legati ai numeri e alle operazioni, nelle *Indicazioni* più recenti l'attenzione si è spostata sulla competenza, intesa come capacità di padroneggiare, utilizzare e trasferire conoscenze.

ze. Ne consegue che la finalità del lavoro scolastico è di contribuire alla formazione di strutture mentali tali da permettere il trasferimento di competenze in campi diversi.

Il gruppo ha ritenuto opportuno soffermarsi sul significato di competenza definendolo un concetto dinamico e complesso, risultato di un intreccio a più dimensioni:

- *cognitiva*, che riguarda il possesso di conoscenze e l'organizzazione dei concetti ad esse collegate;
- *operativa*, che concerne le abilità che caratterizzano le azioni che il soggetto può compiere con l'uso di tali conoscenze;
- *affettiva*, che coinvolge le motivazioni e le disposizioni interiori del soggetto che accetta di mettersi in gioco, conferendo un senso alle proprie conoscenze e abilità.

La competenza può essere definita quindi come la capacità di attivare e combinare ciò che si possiede a livello di conoscenza e abilità, di motivazione e volontà per svolgere positivamente un compito. Essa presuppone una concezione non nozionistica del sapere, in quanto essere competenti significa saper utilizzare le conoscenze all'interno di una varietà di contesti.

Nelle *Indicazioni per il curricolo* (2007) il termine competenza è accompagnato dalla parola 'traguardi', intesi non come punti di arrivo, né come obiettivi statici della disciplina, piuttosto come direzioni verso cui tendere per ampliare, migliorare, costruire competenze sempre più complesse. Non esistono infatti competenze diverse per ciascun livello scolastico, ma esistono livelli in progressione per ogni competenza.

La ricerca sul curricolo verticale

Il passaggio successivo è stato il tentativo di collegare in modo verticale tutti i traguardi dei diversi ordini scolastici. Ciò ha permesso di rilevare analogie, differenze e reali possibilità di collegamento sia orizzontali che verticali, in quanto non tutti i traguardi possiedono un corrispondente nel ciclo precedente o successivo. Pertanto si è resa necessaria un'analisi più approfondita apportando modifiche, integrazioni e proposte di interpretazione dei testi ufficiali, al fine di rendere progressivo ed armonico l'intero ciclo di istruzione.

In generale si ritiene che queste osservazioni possano essere utili in termini di riflessioni non solo per il gruppo, ma anche per i colleghi che si trovano impegnati nella ricerca, nella sperimentazione e nella quotidiana prassi d'insegnamento.

**PROPOSTA DI INTEGRAZIONE DEI TRAGUARDI
PER LO SVILUPPO DELLA COMPETENZA²**

(In corsivo le modifiche e le integrazioni proposte dal gruppo)

<i>Scuola dell'infanzia</i>	<i>Scuola primaria</i>	<i>Scuola secondaria di I grado</i>
Atteggiamento		
È curioso, esplorativo, pone domande, discute, confronta ipotesi, spiegazioni, soluzioni e azioni. Cambia il suo punto di vista se questo non è idoneo. Utilizza un linguaggio appropriato per descrivere le osservazioni o le esperienze.	L'alunno sviluppa un atteggiamento positivo rispetto alla matematica, anche grazie a molte esperienze in contesti significativi, che gli hanno fatto intuire come gli strumenti matematici che ha imparato siano utili per operare nella realtà.	L'alunno ha rafforzato un atteggiamento positivo rispetto alla matematica e, attraverso esperienze in contesti significativi, ha capito come gli strumenti matematici appresi siano utili in molte situazioni per operare nella realtà.
Numero		
<i>Nasce il senso del numero/intuizioni numeriche: il numero come simbolo, quantità, codice...</i> <i>Sa confrontare quantità e numerosità diverse: tra due insiemi di oggetti, riconosce quali ne contiene di più e quali di meno.</i> <i>Sa fare piccole operazioni come: sottrarre e sommare oggetti.</i> <i>Riesce ad associare il numero al simbolo. Utilizza strategie per risolvere piccoli problemi.</i>	<i>Sviluppa il senso del numero: oltre a saper operare con i numeri, sa passare da un insieme numerico all'altro, sa effettuare stime.</i> <i>Si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali.</i>	<i>Rafforza il senso del numero oltre a saper operare con i numeri, sa passare da un insieme numerico all'altro, sa prevedere l'ordine di grandezza, sa effettuare stime e approssimazioni.</i>
Conoscenza del mondo		
Il bambino raggruppa e ordina secondo criteri diversi, confronta e valuta quantità; utilizza semplici simboli per registrare;	Percepisce e rappresenta forme, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo, utilizzando in	Percepisce, descrive e rappresenta forme relativamente complesse, relazioni e strutture che si trovano in natura o che

² Indicazioni per il curricolo (2007).

<p>compie misurazioni mediante semplici strumenti. Colloca correttamente nello spazio se stesso, oggetti, persone; segue correttamente un percorso sulla base di indicazioni verbali. <i>Può confrontare e utilizzare strumenti di misura che sono presenti nella quotidianità in cui vive: orologio, calendario, bilance...</i></p> <p><i>Riconosce figure geometriche semplici, le sa discriminare e riconosce figure solide che appartengono alla sua quotidianità (es., cono gelato, dado).</i></p>	<p>particolare strumenti per il disegno geometrico (riga, compasso, squadra) e i più comuni strumenti di misura.</p> <p>Riconosce che gli oggetti possono apparire diversi a seconda dei punti di vista.</p> <p>Descrivere e classifica figure in base a caratteristiche geometriche e utilizza modelli concreti di vario tipo anche costruiti o progettati con i suoi compagni.</p>	<p>sono state create dall'uomo.</p> <p><i>Sa decodificare, codificare, tradurre, interpretare e distinguere le diverse forme di rappresentazione di oggetti e situazioni matematiche e le relazioni tra le varie rappresentazioni; sa scegliere e passare da una forma di rappresentazione a un'altra, in relazione alla situazione e allo scopo.</i></p>
<p>Può utilizzare annotazioni scritte da altri o da lui stesso dopo averle condive rispetto al linguaggio utilizzato (grafico, pittorico...).</p>	<p>Utilizza rappresentazioni di dati adeguate e le sa utilizzare in situazioni significative per ricavare informazioni.</p>	<p>Valuta le informazioni che ha su una situazione, riconosce la loro coerenza interna e la coerenza tra esse e le conoscenze che ha del contesto, sviluppando senso critico.</p>
Ragionamento		
<p><i>Inizia a elaborare semplici ragionamenti, a formulare ipotesi risolutive, ad organizzare le proprie idee e i propri pensieri.</i></p>	<p>Impara a costruire ragionamenti (se pure non formalizzati).</p>	<p><i>Formula una successione di ragionamenti corretti; è consapevole dei passaggi logici utilizzati e li esplicita, anche in forma scritta.</i></p>
Linguaggio e argomentazione		
<p>Dialoga, discute e progetta confrontando ipotesi e procedure, gioca e lavora in modo costruttivo e creativo con gli altri bambini. Ascolta gli altri e dà spiegazioni del proprio comportamento e del proprio punto di vista.</p>	<p><i>Impara a sostenere le proprie tesi, grazie ad attività laboratoriali, alla discussione tra pari e alla manipolazione di modelli costruiti con i compagni.</i></p>	<p>Ha consolidato le conoscenze teoriche acquisite e sa argomentare (ad esempio sa utilizzare i concetti di proprietà caratterizzante e di definizione), grazie ad attività laboratoriali, alla discussione tra pari e alla manipolazione di modelli</p>

		costruiti con i compagni. Rispetta punti di vista diversi dal proprio; è capace di sostenere le proprie convinzioni, portando esempi e contro-esempi adeguati e argomentando attraverso concatenazioni di affermazioni; accetta di cambiare opinione riconoscendo le conseguenze logiche di un'argomentazione corretta.
Modellizzazione		
		<i>Sa tradurre la realtà in modelli matematici; sa interpretare modelli matematici in termini di realtà; sa utilizzare un modello matematico; sa analizzare e valutare un modello e i suoi risultati.</i>
Formulazione e risoluzione di problemi		
<i>Inizia a incontrare situazioni problematiche, propone possibili strategie risolutive. Cambia il suo punto di vista se non lo aiuta a risolvere il problema, si confronta con il gruppo amicale. Riesce a risolvere piccoli problemi, ricordando le strategie utilizzate se queste sono state idonee.</i>	Affronta i problemi con strategie diverse e si rende conto che in molti casi possono ammettere più soluzioni. Riesce a risolvere facili problemi (non necessariamente ristretti a un unico ambito) mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati e spiegando a parole il procedimento seguito.	Riconosce e risolve problemi di vario genere analizzando la situazione e traducendola in termini matematici, spiegando anche in forma scritta il procedimento seguito, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi.

Incertezza		
<i>Riconosce eventi possibili e impossibili. Sa prevedere e ipotizzare i possibili effetti sulla realtà.</i>	Impara a riconoscere situazioni di incertezza e ne parla con i compagni iniziando a usare le espressioni "è più probabile", "è meno probabile" e, nei casi più semplici, dando una prima quantificazione.	Usa correttamente i connettivi (e, o, non, se... allora) e i quantificatori (tutti, qualcuno, nessuno) nel linguaggio naturale, nonché le espressioni: è possibile, è probabile, è certo, è impossibile.
Uso di sussidi e strumenti		
Prova interesse per gli artefatti tecnologici, li esplora e sa scoprirne funzioni e possibili usi.	Sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice.	<i>È capace di utilizzare vari sussidi e strumenti. Sa riconoscere i limiti di tali strumenti. Sa valutare se e quale strumento utilizzare a seconda dei contesti in cui deve operare.</i>

Scuola dell'infanzia

La scuola dell'infanzia si propone come contesto di relazione, di cura e di apprendimento, nel quale possono essere filtrate, analizzate ed elaborate le sollecitazioni che i bambini sperimentano nelle loro esperienze. È per questo motivo che l'esperienza e la partecipazione attiva di tutti i soggetti giocano un ruolo fondamentale nel processo di crescita armonica e nell'apprendimento stesso. Nelle *Indicazioni* il campo d'esperienza *La conoscenza del mondo. Ordine, misura, spazio, natura* ci indica le strategie e le modalità per un primo approccio alla natura logica e matematica del mondo in cui viviamo. I bambini esplorano la realtà, imparano a organizzare le proprie esperienze attraverso azioni consapevoli quali il raggruppare, il comparare, il contare, l'ordinare, l'orientarsi e il rappresentare con disegni e parole. Un bambino competente, che apprende attraverso il confronto con l'adulto e il gruppo dei pari, che sa argomentare le sue esperienze e sostenere le sue idee, in un ambiente di cura che permette tutto questo. Il gioco diventa prezioso strumento per affrontare le esperienze e poterle rielaborare insieme. Il punto di partenza non è mai una realtà astratta, ma è la vita quotidiana, quella concreta e tangibile di tutti i giorni, dove nascono i problemi, le domande e soprattutto dove il bambino inizia a costruire competenze trasversali quali: osservare, manipolare, interpretare i simboli per rappresentare significati, chiedere spiegazioni, riflettere, ipotizzare e discutere soluzioni.

Alla ricerca del numero

Abbiamo notato che nei traguardi della scuola dell'infanzia e in quelli della scuola primaria non si parla del concetto di numero. Questo dato contrasta in modo rilevante con la constatazione che il numero e le operazioni occupano un posto fondamentale nella vita quotidiana di ogni individuo e che, come si è detto precedentemente, i bambini iniziano a formare la propria conoscenza numerica principalmente in questa fascia di età attraverso l'interazione con l'ambiente. Il bambino è immerso nei numeri e li utilizza continuamente sia quando gioca che quando svolge le attività che l'adulto gli propone.

Basti pensare alla conta del mattino per vedere chi è presente e chi no, alla filastrocca dei numeri, contare transitivo, al mettere in atto piccole operazioni di sottrazione o di somma (per esempio: "Se mancano due bambini, in quanti siamo? Chi manca oggi?") Il numero ottenuto viene successivamente scritto su un foglio che viene dato alla cuoca: in cucina si prepareranno i pasti in base ai dati forniti).

Quindi il simbolo numerico prende vita e non resta solo qualcosa di astratto e convenzionale. Pensiamo ai giochi con le carte, che contengono regole ben precise, codificate e condivise, sia dal singolo che dal gruppo. Le carte da gioco servono al bambino anche per attivare tutti quei procedimenti mentali legati alla matematica, che gli serviranno come base per gli apprendimenti successivi. Nella scuola dell'infanzia molti bambini giocano fra loro con le carte da UNO³: molti hanno imparato a casa dai fratelli più grandi e sono 'gli esperti' che possono insegnare ai loro amici. Nelle *Indicazioni* (2007) troviamo scritto che: "*Il bambino riflette, si confronta, discute con gli adulti e con gli altri bambini, si rende conto che esistono punti di vista diversi e sa tenerne conto... Dialoga, discute e progetta confrontando ipotesi e procedure*". L'adulto diventa colui che facilita questa situazione di scambio e apprendimento fra i bambini, diventando parte attiva dell'esperienza, agevolatore di competenze sempre più specifiche, anche se adeguate all'età.

Un'ipotesi di percorso

Come agevolare la competenza numerica nel bambino alla scuola dell'infanzia?

Proviamo a fare una piccola programmazione didattica tenendo conto delle *Indicazioni per il curriculum*:

1. innanzitutto bisogna indagare quali siano realmente le competenze iniziali del gruppo rispetto al codice numerico;

³ UNO è un gioco di carte creato da M. Robbins nel 1971, con un mazzo di carte speciali.

2. bisogna svolgere un'indagine individuale, che permetta di monitorare quei bambini che non emergono nella discussione di gruppo. Tale indagine serve per raccogliere i protocolli iniziali, per poi poterli confrontare con quelli intermedi e quelli finali. L'attività consisterà nel contare ad alta voce e nello scrivere i numeri che si conoscono;

3. si possono proporre attività mirate e giochi con i numeri (gioco dell'oca, giochi con le carte, domino, memory...);

4. si può procedere alla conta di oggetti, partendo da un numero fissato che può essere aumentato nel corso dell'anno scolastico (di solito per la scuola dell'infanzia è importante che il bambino arrivi a contare piccole quantità, ma noi sappiamo che nella quotidianità veniamo a contatto con numeri estremamente grandi, quindi si presuppone che questo non passi inosservato al bambino; basta far prendere consapevolezza del *tanto* e del *poco*). Anche in questo caso produrremmo protocolli che potranno essere successivamente confrontati con il resto del gruppo (*"il bambino raggruppa e ordina secondo criteri diversi, confronta e valuta quantità"* come sottolineato nelle Indicazioni);

5. utilizzare le carte da UNO, che ci serviranno per introdurre le regole specifiche di un gioco e l'associazione tra numeri e colore;

6. utilizzare le carte per giocare a Rubamazzo: associazione numero-simbolo (*"Il bambino utilizza semplici simboli per registrare..."*⁴);

7. individuare nella quotidianità strumenti con numeri con funzioni differenti, per esempio gli strumenti di misura, come il metro e la bilancia, l'orologio e il calendario (*"Il bambino compie misurazioni mediante semplici strumenti"*);

8. specifiche attività legate a questi strumenti che devono entrare nell'ottica del quotidiano;

9. indagine finale sulle competenze acquisite a livello individuale (*"Il bambino riferisce eventi del passato recente dimostrando consapevolezza della loro collocazione temporale; formula correttamente riflessioni e considerazioni relative al futuro immediato e prossimo"*);

10. indagine finale sulle competenze acquisite dal gruppo (*"Il bambino è curioso, esplorativo, pone domande, discute, confronta ipotesi, spiegazioni, soluzioni e azioni"*).

Tutto questo ci dovrebbe permettere di osservare come i bambini, anche se piccoli, riescono a percepire piccole quantità e ad eseguire operazioni di somma e di sottrazione; possono perciò diventare più competenti quando l'adulto si pone come parte attiva del processo di apprendimento e allestisce un ambiente idoneo per agevolare tale processo.

⁴ Le frasi tra virgolette sono riferite alle Indicazioni per il curriculum (2007).

Scuola primaria

Da una prima analisi si è visto che per quanto riguarda la scuola primaria, i nuclei essenziali sono caratterizzati dall'espressione di traguardi per lo sviluppo della competenza ben precisi, a partire dalla motivazione, relativi a: disciplina, calcolo, spazio e figure, relazioni, misure, dati e previsioni. Viene inoltre assegnato un traguardo di competenza anche all'acquisizione di strategie per la risoluzione di problemi, unitamente a processi di metariflessione per il controllo sia sul procedimento risolutivo, sia sui risultati.

Risolvere problemi e argomentare

A questo proposito si può affermare che 'risolvere problemi' dovrebbe essere il contesto costante, lo sfondo per l'acquisizione di nuovi concetti e abilità, per arricchire i significati già appresi e per verificare l'operatività degli apprendimenti realizzati precedentemente. Pertanto se lo si vuole considerare un traguardo di competenza, dovrebbe essere trasversale ad ogni nucleo della disciplina. Lo stesso si può affermare riguardo al nucleo "Misurare" che consente un approccio esperienziale alle grandezze, al fine di ricavarne relazioni per costruire modelli di fenomeni studiati.

Nelle *Indicazioni per il curriculum* "Argomentare" è posto come obiettivo alla fine della classe terza della scuola primaria, ma all'apparenza risulta riduttivo. L'argomentare è proprio delle attività che favoriscono il passaggio dalle nozioni intuitive, dai livelli operativi a forme di pensiero più complesse che, nella scuola secondaria di secondo grado, saranno coinvolte nella dimostrazione matematica, nel calcolo algebrico, nell'uso di modelli matematici in contesti vari. Produrre asserzioni e garanzie a sostegno delle stesse, implica uno sviluppo del pensiero critico e creativo di secondo livello, pertanto non andrebbe considerato come semplice obiettivo, bensì come traguardo di competenza trasversale, propedeutico a processi più complessi che si realizzeranno nei successivi cicli d'istruzione.

Scarsa attenzione al numero

Ciò che ha destato maggiore perplessità è la scarsa attenzione che le *Indicazioni* hanno dedicato al nucleo *numero*, in termini di traguardi per lo sviluppo della competenza. Al contrario la Commissione UMI nei relativi curricoli del 2001 individua nel complesso concetto di numero uno dei nuclei fondanti della matematica, sottolineando che "le competenze che si costruiscono all'interno

di questo nucleo sono legate ai molti approcci e significati di numero [...], alle numerose conoscenze e abilità relative alle operazioni aritmetiche”⁵.

Nelle *Indicazioni* l’unico traguardo per lo sviluppo di competenza riguardante il numero appartiene alla scuola primaria e sposta l’attenzione “sulla sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali”, imparando a valutare l’opportunità di ricorrere ad una calcolatrice. Oltre ad essere un traguardo riduttivo rispetto alla vastità del concetto di numero, non presenta agganci ben definiti con i traguardi della scuola dell’infanzia e non propone un *continuum* con la scuola secondaria di primo grado. Il numero e le operazioni occupano un posto fondamentale nella vita di ognuno e il calcolo scritto dovrebbe essere inteso piuttosto come strumento, un’abilità quale espressione e tappa della concettualizzazione del numero.

All’ingresso della scuola primaria i bambini possiedono già alcune competenze riguardo ai numeri: sanno stimare piccole quantità, sanno enumerare e riescono ad effettuare semplici addizioni. Queste competenze vengono messe in pratica soprattutto nel gioco, si pensi ai cosiddetti ‘giochi di società’ in cui il mezzo per procedere è il dado e la somma dei punti ad ogni lancio; le conte numeriche per stabilire un sorteggio; le classifiche durante le gare di corsa o altre attività sportive. Oggi addirittura, con la diffusione delle ‘carte’ di eroi spaziali in cui la potenza della carta giocata è stabilita da un numero solitamente a quattro cifre, effettuano confronti e riconoscono la carta più potente, attuano addizioni e differenze con l’uso della calcolatrice già a sette anni.

Elencando semplicemente questi giochi si sono messi in evidenza già alcuni aspetti del numero: l’ordinalità, la cardinalità e il numero come espressione del risultato di un’operazione. Proseguendo questa riflessione sul numero, si può affermare che esistono anche altri aspetti degni di attenzione: il numero come strumento per misurare e la distinzione tra numero, nome del numero, numerale e cifra.

Un approccio graduale e costruttivo

È opportuno lasciar emergere le competenze reali dei bambini, per assumerle come punto di partenza per il conseguimento del loro sviluppo futuro. ‘Lasciar emergere’ significa dare la possibilità ai bambini della scuola primaria di esprimere praticamente le loro competenze, conoscenze e abilità; questo potrebbe risultare molto utile anche agli insegnanti che, in maniera spontanea, si troverebbero di fronte i ‘modelli mentali’ che i bambini si sono costruiti. Tale conoscenza permetterebbe di riconoscere i modelli non perfettamente

⁵ <http://umi.dm.unibo.it/index.html>.

adeguati al sapere matematico e di conseguenza, pensare e attivare strategie didattiche volte al cambiamento. Il riconoscimento del modello mentale è un passaggio molto utile, ma non di facile attuazione. Per questo motivo si ritiene più opportuno privilegiare la libera espressione dei bambini, evitando di ingabbiarli in sterili prove di ingresso.

I numeri devono diventare perciò oggetti significativi di apprendimento graduale. Se la logica è quella di costruire competenze in modo progressivo al fine di formare il futuro cittadino, sarebbe opportuno specificare i diversi significati del numero, le diverse rappresentazioni e come questi vadano acquisiti ed utilizzati, privilegiando la scoperta e la costruzione dei concetti matematici attraverso l'esperienza, l'esplorazione dei contesti d'uso, il passaggio dal linguaggio naturale a quello specifico negoziando e condividendo i significati.

Scuola secondaria di I grado

Anche nei traguardi per lo sviluppo della competenza della scuola secondaria si ritrovano, in modo più o meno esplicito, i nuclei trasversali *“argomentare e congetturare, risolvere e porsi problemi, misurare”* già messi in evidenza dal curriculum UMI.

Tra lingua e matematica

Le competenze *“Argomentare e congetturare”* presuppongono competenze linguistiche e comunicative, quali saper leggere e comprendere un testo matematico e il linguaggio matematico; saper passare dal linguaggio naturale al linguaggio simbolico e viceversa; saper comunicare in forma orale e scritta su questioni di carattere matematico. Il linguaggio diventa quindi funzionale all'argomentazione, intesa come competenza più specifica, poiché consiste nel saper giustificare una regola matematica; saper seguire una catena di ragionamenti matematici e saperli creare e comunicare; saper motivare un risultato e le proprie affermazioni; comprendere le argomentazioni degli altri ed essere in grado di valutarne la correttezza. Il nucleo di processo *“Argomentare e congetturare”* nella scuola secondaria di I grado risulta essere così preparatorio, in un'ottica di continuità, alla successiva fase di dimostrazione propria della scuola di II grado.

Le attività didattiche che permettono di sviluppare la competenza linguistica possono essere molteplici: come per esempio la richiesta *“spiega il perché della tua risposta”* che presuppone non solo la conoscenza del contenuto richiesto, ma anche saper esprimere in modo corretto e comprensibile la suc-

cessione dei passaggi logici che hanno permesso la formulazione di quella risposta. Attività di descrizione di elementi geometrici, figure o costruzioni, da svolgere a coppie, utilizzando esclusivamente termini verbali e senza ricorrere a disegni e rappresentazioni, costringono l'allievo a scegliere termini che devono essere intesi in modo univoco ed inequivocabile dal compagno che, a sua volta, dovrà ricostruire l'oggetto geometrico, basandosi esclusivamente sulla descrizione ricevuta.

Inoltre i quesiti a risposta multipla, che per esempio caratterizzano le prove Invalsi, possono contribuire a sviluppare le competenze linguistiche: infatti spesso le risposte differiscono solo per un particolare termine che può addirittura cambiare il significato di tutto il testo e ciò richiede non solo un'attenta lettura, ma anche saper cogliere i diversi significati di ogni singola affermazione.

Problem posing e problem solving

Nelle *Indicazioni* il nucleo "Risolvere e porsi problemi" viene già posto in evidenza nell'introduzione all'area matematico-scientifico-tecnologica in quanto rappresenta il contesto *"che offre occasioni per acquisire nuovi concetti e abilità, per arricchire il significato di concetti già appresi e per verificare l'operatività degli apprendimenti realizzati in precedenza"*. Nella presentazione della disciplina, si ribadisce come l'apprendimento dovrebbe realizzarsi attraverso situazioni problematiche che permettano un apprendimento ricco di significati. Il problema quindi *"non sarà un esercizio a carattere ripetitivo o al quale si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola"*, ma situazioni calate in un contesto reale, meglio se vicino al vissuto degli alunni, che permettono di avviare, discutere, confrontare e comunicare strategie risolutive.

Nei traguardi per lo sviluppo delle competenze si ribadisce ulteriormente che l'alunno *"riconosce e risolve problemi di vario genere analizzando la situazione e traducendola in termini matematici, spiegando anche in forma scritta il procedimento seguito, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi"*.

Questa competenza risulta quindi essere intrecciata non solo con la competenza linguistica perché richiede la comprensione del testo e l'argomentazione, ma anche con la competenza della modellizzazione, perché richiede di riconoscere quale modello matematico è sotteso e di passare a situazioni simili, che rispecchiano lo stesso modello.

Misura e competenza numerica

Il nucleo trasversale “Misurare” appare, invece, meno presente nei traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola secondaria di I grado, sicuramente in contraddizione con uno sviluppo completo e organico delle competenze. Come affermato nel curriculum UMI, questo nucleo ha come fine lo sviluppo della capacità di riconoscere le caratteristiche misurabili di un oggetto o di un fenomeno e di utilizzare unità, sistemi, strumenti, tecniche e processi per attribuire un valore numerico alla grandezza individuata.

Se nella scuola primaria il misurare è specifico dell'area geometrica, nella scuola secondaria di I grado avrà sempre più legami con il nucleo del “Numero” e quello delle “Relazioni”. Così suscita perplessità anche l'assenza di una qualche competenza numerica esplicita per la scuola secondaria.

La competenza numerica non corrisponde semplicemente alla sicurezza nel calcolo scritto e mentale, come si legge nei traguardi per la scuola primaria, ma sicuramente il calcolo rappresenta un mezzo per esplorare gli insiemi numerici, per passare da un insieme numerico all'altro, per risolvere le situazioni problematiche che sono caratterizzate da considerazioni quantitative.

La competenza numerica diventa quindi la capacità di:

- gestire i diversi insiemi numerici a seconda delle circostanze in cui ci si trovi;
- rappresentare insiemi numerici diversi;
- rappresentare e confrontare numeri anche sulla retta numerica;
- individuare regolarità numeriche;
- stimare ordini di grandezza;
- stimare un risultato di un calcolo, anche come controllo nell'uso della calcolatrice;
- effettuare approssimazioni.

Bibliografia

- Bartolini Bussi M., *Lo spazio, l'ordine e la misura*, Juvenilia, Bergamo, 1992.
- D'Amore B., *Elementi di didattica della matematica*, Pitagora, Bologna, 1999.
- D'Amore B., *Problemi*, Franco Angeli, Milano, 1996.
- D'Amore B. e AA. VV., *Infanzia e matematica. Didattica della matematica nella scuola dell'infanzia*, Pitagora, Bologna, 2004.
- D'Amore B., Fandiño Pinilla M.I., Marazzani I., Sbaragli S., *La didattica e le difficoltà in matematica*, Erickson, Trento, 2008.
- Lucangeli D., *Il farsi ed il disfarsi del numero. Conoscenze, modelli e metodi a confronto*, Borla, Roma, 1999.

- Marazzani I., *Numeri e operazioni*, Carocci, Roma, 2004.
- Noce G. e Vicentini Missoni M., *Il concetto di numero nella scuola e nella vita quotidiana*, La Nuova Italia, Firenze, 1987.
- OCSE (a cura di), *PISA 2003. Valutazione dei quindicenni: quadro di riferimento: conoscenze e abilità in matematica, lettura, scienze e problem solving*, Armando, Roma, 2004.
- Prosdocimi L., *Conti e racconti*, Carocci, Roma, 2006.
- UMI, *Matematica 2001. Materiali per un nuovo curriculum di matematica con suggerimenti per attività e prove di verifica (scuola elementare e scuola media)*, Esposito, Napoli, 2001. <http://umi.dm.unibo.it/index.html>.
- <http://www2.dm.unito.it/paginepersonali/arzarello/index.htm>;
- Indicazioni per il curriculum per la scuola dell'infanzia e per il primo ciclo di istruzione*, MPI, Roma, 2007.

UNO STRUMENTO PER DESCRIVERE LE ESPERIENZE

Valeria Perotti, Paola Vighi***

**Docente di scuola primaria*

***Dipartimento di Matematica, Università di Parma*

Una scheda per riflettere

Si presenta ed illustra una scheda di lavoro elaborata nell'ambito degli incontri del Gruppo regionale di Matematica svoltisi nell'a.s. 2008-09. Il gruppo di lavoro si è interrogato sui seguenti aspetti:

- quale motivazione, implicita o esplicita, sta alla base dell'attività proposta dall'insegnante?
- l'attività in oggetto è relativa all'esplorazione in vista di sviluppi/approfondimenti o è un'attività di consolidamento?
- quale ruolo o funzione l'insegnante svolge nell'attività?

La necessità di uniformare la presentazione di diverse proposte didattiche elaborate dai partecipanti ha condotto alla preparazione di una scheda da utilizzare per raccogliere e documentare in modo organico le attività svolte. In particolare, per la scheda in oggetto si sono evidenziati i seguenti obiettivi:

- assemblare il materiale prodotto;
- rendere agevolmente leggibili le esperienze di altri;
- rendere documentabili, comunicabili e trasferibili le proposte didattiche.

Si è avvertita anche la necessità che questa attività di documentazione fosse collegata ad una più ampia attività di riflessione. È emersa così l'idea di offrire 'suggestioni', comunicando il messaggio che 'insegnare è oggi più che mai fare delle scelte'. In altre parole, si è pensato che:

- la scheda è uno strumento utile per descrivere e raccogliere 'buone pratiche', ma è importante non trascurare la riflessione sull'esperienza;
- attraverso la scheda deve essere possibile non solo ricostruire l'attività svolta ed individuarne il 'filo conduttore', ma anche suggerire spunti di riflessione di tipo didattico-operativo.

Farsi buone domande

A sostegno della riflessione sull'esperienza e nell'ottica di sviluppo di competenze professionali per il docente si è pensato di suggerire 'buone domande per l'insegnante':

- domande che precedono l'esperienza;
- domande che sollecitano considerazioni a posteriori.

La modalità operativa scelta è la seguente:

1. *L'insegnante si pone alcune domande iniziali:* si ferma a produrre, seppure in modo semplice, una sorta di analisi a priori; in questo caso il suggerimento è quello di annotare in forma di appunti le considerazioni che emergono.

2. *L'insegnante svolge l'attività:* in questa fase è opportuno prevedere di raccogliere protocolli, di registrare e successivamente trascrivere la discussione in classe, di documentare il lavoro eseguito anche con i materiali grezzi degli alunni.

3. *L'insegnante analizza:* è la fase dell'ascolto, del lasciarsi interrogare da ciò che realmente c'è e non farsi indirizzare da ciò che si vorrebbe che ci fosse. L'insegnante analizza i protocolli, in particolare esamina a fondo qualche specifico elaborato, riflette sulle dinamiche sviluppatesi durante la sperimentazione. È la fase dell'intervista, delle buone domande per riflettere (e perché non riprendere gli appunti iniziali?). L'insegnante può a questo punto preoccuparsi della restituzione agli alunni, è il momento vero della costruzione di sapere.

4. *L'insegnante descrive e documenta:* compila la scheda arricchendola con i commenti emersi nella fase di progettazione e di analisi, ed eventualmente con qualche protocollo.

Sulla base delle precedenti indicazioni si è elaborata la seguente proposta di scheda.

SCHEDA DI LAVORO

(A cura di Bruno D'Amore, Martha Isabel Fandiño Pinilla e Silvia Sbaragli)

Titolo	Titolo chiaro, che fornisca subito indicazioni sul contenuto.
Sottotitolo	Spiega il contenuto (facoltativo e solo se serve).
Classe	Per esempio, 3 ^a classe di scuola primaria.
Argomento	Indicare il nucleo tematico facendo riferimento alle <i>Indicazioni 2007</i> .
Traguardi di competenza	Indicare i traguardi facendo riferimento alle <i>Indicazioni 2007</i> .
Autore	Nome, cognome, istituto di appartenenza.
Presentazione	Qual è il senso didattico della scheda proposta? 'Senso didattico' significa che devono emergere subito la metodologia didattica (si-

	tuazione didattica o a-didattica) e le questioni rilevanti di didattica coinvolte (contratto didattico, misconcezioni, immagini e modelli, concetti figurali, modelli intuitivi, ecc.). Particolare evidenza devono avere misconcezioni, difficoltà, ecc. Ad esempio, se voglio lavorare sui misconcetti legati al concetto di angolo, in questa sede lo dichiaro, ma in seguito (attività) descriverò in modo più puntuale come intendo procedere (al più 1.000 battute).
Obiettivi	Non un'elencazione di obiettivi presi dai documenti nazionali, ma poche parole che permettano di capire le finalità del lavoro proposto, scritte in modo comprensibile e non fumoso (200-300 battute).
Requisiti	Quali competenze deve possedere l'allievo prima di iniziare il lavoro descritto (200-300 battute).
Collegamenti con i livelli successivi	Possibili risposte alla domanda "Quali orizzonti matematici si possono individuare in riferimento ai livelli scolastici successivi?".
Durata	Indicare per quante ore si prevede che debba durare l'attività.
Materiale	Fare un elenco del materiale concreto che serve.
Descrizione dell'attività	Qui viene puntualizzato ciò che è stato solo indicato nella presentazione. Riprendendo l'esempio fatto precedentemente (misconcetti legati al concetto di angolo), in questa sede verranno puntualizzati gli elementi che inducono a ritenere che nel gruppo sia presente un misconcetto, l'attività attraverso la quale si pensa di farlo emergere, il tipo di azione didattica e le strategie che si intendono promuovere per 'ristabilire' il concetto, ecc. Deve inoltre emergere il riferimento ai contenuti ed alla metodologia didattica, deve apparire la didattica della matematica in tutte le sue forme; tra le metodologie, si suggerisce di puntare su quelle moderne, come i TEP ⁶ o le discussioni in piccoli gruppi. Mediante domande opportune, si può invitare il lettore a 'fare il punto': come si aspetta che reagiscano gli studenti, quali difficoltà ritiene che incontreranno l'insegnante o gli allievi?
Valutazione	Riflessioni sull'esperienza: indicazione di punti forti e punti deboli, di attenzioni particolari che è bene porre nell'attuazione, di difficoltà incontrate dagli studenti, ecc. Valutazione della competenza raggiunta dal singolo allievo: inserire un esempio di prova (facendo riferimento a <i>Matematica 2001</i>).
Collegamenti esterni	Indicazione di eventuali altri ambiti disciplinari.

⁶ Con TEPs [letteralmente: produzioni testuali autonome degli allievi] (Selter, 1994) si indicano testi elaborati in modo autonomo dagli studenti, aventi come soggetto questioni matematiche. Essi non devono coincidere con altre produzioni scritte in modo non autonomo (compiti in classe, appunti, descrizioni di procedimenti, ecc.).

Riflessione sull'attività di classe

Le attività matematiche proposte possono attivare conoscenze di tipo procedurale o conoscenze di tipo concettuale e argomentativo.

Nel primo caso si parla di *competenza*: “le espressioni del tipo «A è competente a realizzare il lavoro T» indicano che il soggetto A domina o è capace di applicare correttamente la tecnica *t* che risolve o permette di fare bene il compito T”⁷.

Nel secondo caso è coinvolta la *comprensione*: “L’espressione «A comprende la tecnica *t* che permette di realizzare il lavoro T» si applica se A conosce perché questa tecnica è adeguata, qual è il suo ambito di validità e quali sono le relazioni con le altre tecniche”⁸.

Le attività descritte possono seguire diverse tipologie:

- itinerario didattico;
- sperimentazione didattica;
- attività basate su situazioni-problema;
- attività basate su situazioni a-didattiche.

Domande per l’insegnante (da porre *prima* della sperimentazione):

- l’attività proposta quale scopo ha? Deve servire per aprire a nuove conoscenze? Vuole essere un’occasione per verificare conoscenze che già si hanno, magari da riutilizzare in un altro contesto? È un’attività di controllo sulla stabilità dei saperi precedenti?

- che cosa devono saper fare gli allievi alla fine del percorso?
- che cosa devono sapere?
- che cosa devono comprendere?
- quali esercizi devono saper fare?

Domande per l’insegnante (da porre *dopo* la sperimentazione):

- quali conoscenze hanno utilizzato gli alunni?
- quali sono state le strategie prevalenti?
- ci sono state situazioni inaspettate?
- si sono osservate difficoltà da parte degli allievi? se sì, quali?
- gli allievi hanno compreso il lavoro fatto?
- gli allievi hanno saputo spiegare le loro scelte e le strategie seguite?
- rispetto alla programmazione effettuata, l’attività si è rivelata proponibile in quanto tale o da modificarsi (del tutto o in parte)?
- gli allievi sono competenti sull’argomento?
- gli allievi saranno in grado di affrontare una situazione problematica basata sui concetti trattati?

⁷ J. Godino, *Competenza e comprensione matematica: che cosa sono e come si ottengono*. in “La Matematica e la sua didattica”, n. 1, 2003.

⁸ Ibidem.

Analisi di protocolli: esperienze nella scuola primaria

Si riportano due esempi di protocolli con relativa analisi.

Protocollo 1: Contare e misurare⁹

Maestra: *"Secondo voi, che differenza c'è tra contare bottoni e contare acqua?"*.
 I bambini discutono tra loro.
 Edoardo: *"Per contare i bottoni io uso le dita"*.
 Molti commentano e sono d'accordo con lui: *"L'acqua scappa, non puoi contarla con le dita"*.
 Laura: *"L'acqua non la posso prendere come i bottoni"*.
 Marco: *"I bottoni li contiamo tutti nella stessa maniera. L'acqua invece è più difficile, per contare nella stessa maniera dobbiamo prendere dei contenitori uguali"*.

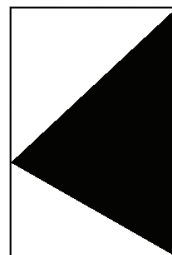
Analisi del protocollo. Uno degli obiettivi dell'attività era *'preparare il terreno al concetto di misura'*, un altro *'evidenziare la differenza tra discreto e continuo'*. C'è un aspetto importante da rilevare: nella locuzione *'nella stessa maniera'*, ripetuta due volte da Marco, c'è l'idea di usare unità di misura convenzionali, uguali per tutti (contenitori uguali nel caso dell'acqua). In altre parole, mentre per contare bottoni (insieme discreto) bastano le dita (insieme dei numeri naturali), per l'acqua (continuo) occorre un'altra modalità. La necessità di pensare ad un altro modo di *'contare'* è suggerita da motivi pratici: l'acqua non si può *'prendere'* in mano come i bottoni. Questo porta Marco a pensare all'uso di contenitori e sembra ricondurre il problema del conteggio al caso discreto, in quanto si potranno usare di nuovo le dita per contare il numero dei contenitori riempiti. La frase pronunciata da un allievo durante la discussione finale *"abbiamo comunque sempre dovuto spezzettare l'acqua perché altrimenti non c'è modo di contarla"* evidenzia come l'uso del verbo *'contare'* suggerisca l'aspetto discreto piuttosto che il continuo. Di fatto, nel prosieguo della sperimentazione in classe, che nel presente protocollo non è documentato, si riempiono fino all'orlo alcuni contenitori, ma... avanza dell'acqua. Questo fa sorgere l'esigenza di usare contenitori con le tacche e quindi della scelta di opportune unità di misura (insieme dei numeri reali). Si dovrà riprendere l'argomento alla fine della scuola primaria.

⁹ Protocollo tratto da *"Contare acqua"* (esperienza realizzata a fine prima elementare nella scuola primaria di Pianello Val Tidone (Pc), da V. Perotti).

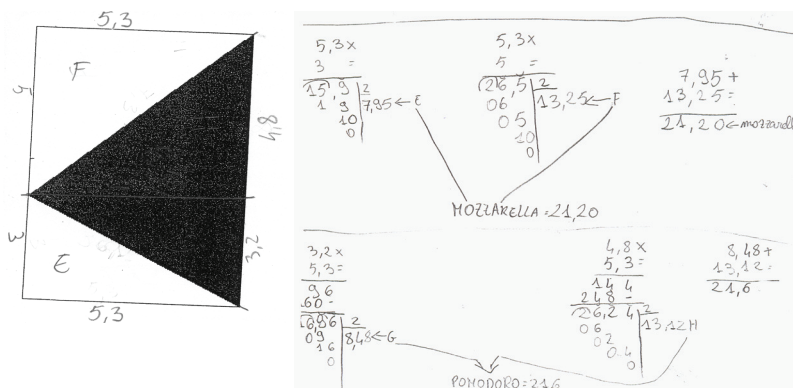
Protocollo 2: Comprendere e risolvere problemi¹⁰

Nel rettangolo disegnato qui a lato una parte è stata colorata in nero. E' più grande la parte colorata in nero o quella bianca?¹¹

Uno degli obiettivi del problema è studiare quali strategie risolutive vengono adottate dagli allievi in questo contesto.



Si riporta qui di seguito il protocollo di un allievo.



Analisi del protocollo. L'allievo non riconosce immediatamente come triangolo la parte nera (in effetti, difficilmente un triangolo viene disegnato in questo modo nei libri o a scuola). Traccia perciò un segmento che gli consente di individuare quattro triangoli 'tradizionali' (nel senso che essi sono triangoli rettangoli ed hanno un lato 'orizzontale' ed uno 'verticale') di cui calcola le aree, dopo aver misurato con il righello le rispettive basi e altezze. Osserviamo che il problema non è usuale: solitamente le misure sono fornite all'interno del testo. Qui si è scelto di non assegnarle, anche perché non necessarie. Basando infatti il ragionamento sull'equiscomponibilità della parte nera e di quella bianca si possono evitare i calcoli. Il segmento disegnato dall'allievo avrebbe dunque potuto fornire una risposta immediata, basata sul concetto di metà in quanto esso divide il rettangolo iniziale in due coppie di triangoli congruenti. In realtà, l'allievo non lo traccia parallelamente ai due

¹⁰ Protocollo tratto da "Laboratorio di Geometria", esperienza realizzata alla fine della quinta classe nella scuola primaria di Collecchio (Pr), da E. Zaccomer.

¹¹ P. Vighi, *Investigating comparison between surfaces*, CERME 6, 2009.

lati 'orizzontali' del rettangolo, anche se forse ne aveva l'intenzione, per cui trova misure diverse (5 e 3 'a sinistra', 4,8 e 3,2 'a destra'). Fa un errore di calcolo nella quarta moltiplicazione ($5 \times 8 = 48$) e, di conseguenza, trova aree diverse: 21,20 per la parte bianca, 21,6 per la parte nera. Fidandosi ciecamente dei numeri (e dei suoi calcoli) conclude che la parte nera è maggiore. Eppure la parte intera è 21 in entrambi i casi... e soprattutto i dati del problema non sono stati forniti dall'insegnante, ma sono stati ricavati empiricamente: l'allievo non prende in considerazione l'aver fatto uso di misure approssimate. In effetti, spesso in classe il risultato di un problema 'deve essere' quello fornito dal libro, inoltre solitamente alla scuola primaria non si lavora sul concetto di approssimazione. Se lo stesso problema fosse stato affrontato da un adulto nel quotidiano, avrebbe concluso che le aree sono uguali.

Domande: l'allievo è competente? Ha compreso fino in fondo il problema? Sicuramente conosce la formula per il calcolo dell'area di un triangolo e la sa applicare, ma... non riconosce un 'triangolo ruotato' come triangolo. Oltretutto, se avesse pensato di ruotare il foglio di 90° in senso orario, avrebbe forse riconosciuto un disegno simile a quello usato dall'insegnante per spiegare come si calcola l'area di un triangolo a partire da quella di un rettangolo. Purtroppo su questi aspetti legati alla comprensione solitamente si insiste di meno, privilegiando la competenza.

Conclusione

Forse il lettore penserà che un'attività come quella da noi esemplificata richieda troppo tempo ed energie, ma ci permettiamo di rilevare che se nel corso di un intero anno scolastico si sperimentasse anche una sola attività in questo modo forse si metterebbe in moto un metodo di lavoro che, a lungo termine, può avere ricadute importanti sull'attività didattica.

RICERCARE E SCOPRIRE: IL GIOCO DELLE 13 PIETRE

Valeria Perotti

Docente di scuola primaria

Laboratorio: un'occasione per sperimentare da adulti l'efficacia del 'ricercare' attraverso modalità attive di scoperta. Un'esperienza vissuta in diretta da riproporre in classe¹².



Laboratorio di Matematica per insegnanti

A cura di Donatella Merlo

Materiali

Ogni coppia di insegnanti dispone 13 pietre (o bottoni o altro), fogli di carta, matite...

Consegne

Si formano gruppi di 6 persone, ma poi si gioca in coppia.

Fase 1

Disponete le 13 pietre in fila. Ora a turno prendete dalla fila 1, 2 o 3 pietre a vostra scelta. Perde chi prende l'ultima pietra.

Giocate alcune partite e poi ognuno di voi espone all'altro le strategie che ha seguito per cercare di vincere.

Fase 2

Condividete la vostra strategia con le altre coppie del gruppo e poi discutete su questi due punti:

- esiste una strategia da seguire per essere sicuri di vincere qualunque mossa faccia l'avversario?
- chi gioca per primo è avvantaggiato o no? perché?

¹² La finalità di questo lavoro è quella di poter stimolare riflessioni sul *metodo* e offrire modelli di attività funzionali all'*osservazione diretta* dei processi di apprendimento. Si è aperta in questa occasione un'interessante discussione circa i 'protocolli' con i quali *gli alunni descrivono il ragionamento seguito*. Queste attività diventano significative occasioni per analizzare processi di apprendimento e sviluppo delle competenze degli alunni. Spesso presentano situazioni che richiedono l'utilizzo di competenze non richiamate in modo esplicito e diretto dal quesito iniziale.

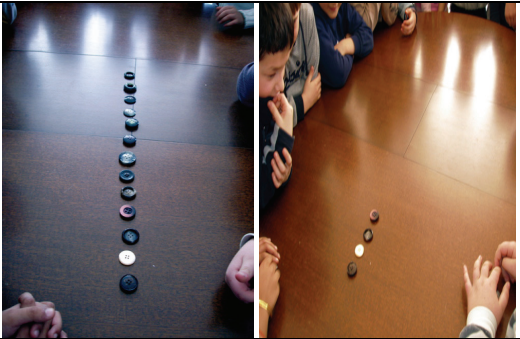
Scrivete su un foglio la strategia su cui vi trovate tutti d'accordo utilizzando rappresentazioni, formule... tutto ciò che vi sembra importante per far capire la strategia seguita.

L'esperienza con gli allievi

La presente attività, che è stata sperimentata in classi dei tre ordini di scuola, viene di seguito descritta attraverso l'utilizzo della *scheda* definita nel gruppo di ricerca regionale. L'obiettivo è quello di provare a verificare la funzionalità della griglia ai fini di documentare con chiarezza e agilità le esperienze più significative, creando una sorta di 'data base' a cui fare riferimento.

È opportuno sottolineare che le esperienze devono essere organizzate a partire da situazioni problematiche aperte che mettano in gioco diverse conoscenze e competenze e consentano agli allievi di elaborare più strategie.

Esperienza di documentazione

Il gioco delle 13 pietre	
Classe	Realizzata nei tre ordini di scuola (infanzia, primaria, secondaria di primo grado).
Argomento	Nuclei tematici: "Numero" e "Relazioni".
Traguardi di competenza (tratti da "Indicazioni per il curriculum, 2007)	<p style="text-align: center;">Scuola dell'infanzia</p> <p><i>"Il bambino raggruppa e ordina secondo criteri diversi, confronta e valuta quantità; utilizza semplici simboli per registrare".</i></p> <p><i>"È curioso, esplorativo, pone domande, discute, confronta ipotesi, spiegazioni, soluzioni e azioni".</i></p> <p style="text-align: center;">Scuola primaria</p> <p><i>"L'alunno sviluppa un atteggiamento positivo verso la matematica, anche grazie a molte esperienze in contesti significativi, che gli hanno fatto intuire come gli strumenti matematici che ha imparato siano utili per operare nella realtà".</i></p> <p><i>"Si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali".</i></p> <p><i>"Utilizza rappresentazioni di dati adeguate e le sa utilizzare in situazioni significative per ricavare informazioni".</i></p>

	<p><i>“Affronta i problemi con strategie diverse e si rende conto che in molti casi possono ammettere più soluzioni”.</i></p> <p><i>“Impara a costruire ragionamenti (se pure non formalizzati) e a sostenere le proprie tesi, grazie ad attività laboratoriali, alla discussione tra pari e alla manipolazione di modelli costruiti con i compagni”.</i></p> <p><i>“Impara a riconoscere situazioni di incertezza”.</i></p> <p>Scuola secondaria di primo grado</p> <p><i>“L'alunno ha rafforzato un atteggiamento positivo rispetto alla matematica e, attraverso esperienze in contesti significativi, ha capito come gli strumenti matematici appresi siano utili in molte situazioni per operare nella realtà”.</i></p> <p><i>“Ha consolidato le conoscenze teoriche acquisite e sa argomentare, grazie ad attività laboratoriali, alla discussione tra pari e alla manipolazione di modelli costruiti con i compagni”.</i></p> <p><i>“Rispetta punti di vista diversi dal proprio; è capace di sostenere le proprie convinzioni, portando esempi e contro esempi adeguati e argomentando attraverso concatenazioni di affermazioni; accetta di cambiare opinione riconoscendo le conseguenze logiche di un'argomentazione corretta”.</i></p> <p><i>“Valuta le informazioni che ha su una situazione, riconosce la loro coerenza interna e la coerenza tra esse e le conoscenze che ha del contesto...”.</i></p> <p><i>“Riconosce e risolve problemi di vario genere analizzando la situazione e traducendola in termini matematici, spiegando anche in forma scritta il procedimento seguito, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati”.</i></p> <p><i>“Confronta i procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi”.</i></p>
Autore	<p>Redige la scheda l'insegnante Valeria Perotti della scuola primaria (anche se l'attività è stata sperimentata nei tre ordini di scuola).</p> <p>Gli insegnanti hanno raccolto i protocolli e le rappresentazioni prodotti dagli alunni e li hanno in seguito analizzati nel gruppo di formazione e ricerca dell'istituto, con la supervisione dell'esperto.</p>
Presentazione dell'attività	<p>L'insegnante si presenta a scuola con una certa quantità di sassi o altri oggetti idonei (bottoni, pasta, fermagli...) perché l'attività si svolge a coppie e ad ogni coppia si consegnano 13 oggetti.</p> <p>Anziché spiegare le regole, l'insegnante invita un alunno a giocare, mentre gli altri osservano. Questa prima situazione consente di 'prendere confidenza' con il gioco e di scoprire le 'regole per giocare'. Dopo alcune partite la classe viene suddivisa in gruppi di 6 allievi, che poi formeranno le coppie.</p>
Obiettivi	<p>Obiettivi generali per i tre ordini di scuola:</p> <ul style="list-style-type: none"> - attivare in classe una situazione di ricerca che stimoli a produrre congetture e ad argomentare; - individuare regolarità e relazioni; - operare con i numeri.

	<p>La situazione si può formalizzare con la formula $3k+1$ dove k è il numero 4 e 3 le volte in cui il 4 si ripete, 4 è il numero a cui si deve fare il complemento per vincere e lasciare una pietra all'avversario.</p> <p>Dal punto di vista del ragionamento in condizioni di incertezza c'è anche il fatto che l'alunno deve fare previsioni su quello che succederà, cioè deve ipotizzare le mosse dell'avversario e studiare le contro mosse più efficaci. I più grandi possono tentare ulteriori generalizzazioni, studiando che cosa succede se varia il numero totale di pietre o il tipo di mosse permesse, per trovare quindi le invarianti.</p>
Requisiti	<p>Saper contare fino a tre (forse per i più piccoli) e sapere rispettare i turni di gioco. Per la scuola primaria la capacità di vedere regolarità nei numeri, mentre per i più grandi della scuola secondaria di primo grado la capacità di generalizzare una situazione e quindi passare da una visione locale, basata sui numeri, a una più generale, basata sulle relazioni tra i numeri. L'acquisizione di questa visione può essere considerata anche un obiettivo dell'attività che stimola a <i>passare da un ragionamento di tipo aritmetico a uno di tipo algebrico in cui ai numeri si sostituiscono le lettere e quindi si sospendono i calcoli tra numeri per ragionare solo sulle relazioni</i>.</p>
Collegamenti con i livelli successivi	<p>L'attività è stata svolta nei tre ordini di scuola: i collegamenti con i livelli successivi emergono dalla descrizione dell'intero percorso.</p>
Durata	<p>Da 2 a 4 ore</p>
Materiale	<ul style="list-style-type: none"> - 13 oggetti per ogni coppia; - fogli per gli allievi per rappresentare e spiegare; - uno o più cartelloni per raccogliere ipotesi ed idee e per fare sintesi.
Descrizione dell'attività	<p>Si avvia il gioco, ogni allievo deve giocare per vincere e quindi deve fare attenzione a cercare regolarità e a scoprire se esistono 'trucchi' che consentano di vincere sempre, qualsiasi mossa faccia l'avversario. Consegne delle diverse fasi di lavoro:</p> <p><i>Fase 1</i></p> <p>Disponete le 13 pietre in fila. Ora a turno prendete dalla fila 1, 2 o 3 pietre a vostra scelta. Perde chi prende l'ultima pietra.</p> <p>Giocate alcune partite e poi ognuno di voi espone all'altro le strategie che ha seguito per cercare di vincere.</p> <p><i>Fase 2</i></p> <p>Condividete la vostra strategia con le altre coppie del gruppo e poi discutete su questi due punti:</p> <ul style="list-style-type: none"> - esiste una strategia da seguire per essere sicuri di vincere con qualunque mossa faccia l'avversario? - chi gioca per primo è avvantaggiato o no? perché?

	<p>Scrivete su un foglio la strategia su cui vi trovate tutti d'accordo utilizzando rappresentazioni, formule o tutto ciò che vi sembra importante per far capire la strategia seguita.</p> <p><i>L'insegnante</i> lascia che si crei il clima del gioco, poi invita gli alunni a riflettere e a cercare le <i>regole</i> per vincere.</p> <p>Nella fase di gruppo le regole scoperte sono condivise e rappresentate con testi e disegni. Se gli allievi non sanno scrivere è l'insegnante che presta loro la mano e trascrive ciò che dicono. Il disegno deve far capire in modo chiaro come si fa a vincere, ma si devono prima fare tante partite. Dalle spiegazioni invece dovrà emergere <i>come hanno fatto</i> a vincere; il <i>perché</i> può venire dopo, può essere l'obiettivo della discussione in classe.</p> <p>L'insegnante, al termine di queste due fasi, raccoglie gli elaborati dei gruppi e chiude momentaneamente l'attività per poter analizzare i protocolli e preparare la discussione collettiva che avverrà alcuni giorni dopo. Per avviare la discussione l'insegnante chiede agli allievi di esplicitare le strategie vincenti in modo chiaro alla classe e le trascrive sul cartellone. Poi invita tutti gli alunni a verificarle giocando altre partite. Ma una regola può funzionare solo per casi particolari, per poterla generalizzare occorre prendere in considerazione tutti i casi possibili. Questo momento di analisi permette di evidenziare schemi numerici che si ripetono, ad esempio la regola del complemento a 4 che conduce sempre alla vittoria... se si gioca per secondi.</p>
Descrizione dell'attività	<p>Questa attività consente</p> <ul style="list-style-type: none"> • <i>dal punto di vista del metodo di:</i> <ul style="list-style-type: none"> - lavorare in forma laboratoriale; - attivare momenti di riflessione dove gli alunni sono invitati a ripercorrere le fasi dell'attività e i ragionamenti; - stimolare a trovare modi per 'dire' ciò che hanno scoperto o di cui si sono accorti (comunicazione e discussione); • <i>dal punto di vista del nucleo tematico di:</i> <ul style="list-style-type: none"> - lavorare sul <i>numero</i> (coppie di numeri, addizione, sottrazione e divisione); - andare alla ricerca di regolarità e <i>relazioni</i> tra i numeri; - trovare modi per rappresentare e/o descrivere le situazioni; - individuare strutture matematiche come sintesi delle scoperte fatte (scritture solo numeriche o algebriche); - procedere verso livelli di astrazione progressivi; <p>Il ruolo dell'insegnante varia secondo le fasi di lavoro:</p> <ul style="list-style-type: none"> - nel primo momento definisce il contesto, chiarisce le consegne e le modalità di lavoro; - durante la fase di gioco, comunica nei piccoli gruppi, raccoglie osservazioni, rilancia, stimola, invita alla verifica delle ipotesi;

	- nella fase di discussione, raccorda, stimola la discussione, rilancia al gruppo, verifica la comprensione e la possibilità di andare 'oltre', rilancia al gruppo per accorgersi dov'è e raccoglie per la sintesi finale, che non è conclusione del lavoro ma una semplice tappa del percorso più generale ('per ora si può concordare che...'). Questa sintesi dovrebbe rappresentare il punto di 'arrivo' condiviso del gruppo, una sorta di formalizzazione provvisoria relativa alle scoperte fatte e giustificate.
Valutazione	Uno dei risultati significativi è lo sviluppo di competenze rispetto alle rappresentazioni e alle argomentazioni: lo sforzo di fare chiarezza a cui sono invitati gli alunni li indirizza verso una ricerca di modi per esprimere compiutamente e in modo coerente il proprio pensiero fino a raggiungere, per gli alunni più grandi, l'uso consapevole del linguaggio algebrico. Il livello di formalizzazione raggiungibile è in relazione all'età. Ciò che conta non è tanto il prodotto quanto i processi avviati: se gli alunni sono in grado di <i>spiegare</i> le regolarità scoperte e di riconoscere <i>situazioni simili</i> svolgendo altre attività, si può dedurre che hanno sviluppato le loro competenze.

Un commento all'esperienza

Questa scheda nasce con lo scopo di documentare attività che possono rappresentare 'buone pratiche'. La struttura agile e la forma sintetica rendono la scheda facilmente leggibile e accessibile. Chi legge può rapidamente individuare l'oggetto e il contesto potendo operare velocemente una selezione delle attività di proprio interesse. È però necessario integrare la scheda con alcuni allegati – come esempi di protocolli degli alunni, riflessioni dei docenti o stralci di discussione – al fine di rendere più esplicito il processo e il metodo di conduzione dell'attività stessa.

Errori e buone pratiche

L'analisi dei protocolli consente di rendersi conto delle strategie messe in atto dagli alunni e di interrogarsi, in quanto docenti, su come accoglierle e ri-contestualizzarle. È necessario dare senso e significato all'errore, non come incapacità o livello di competenza non raggiunto, ma piuttosto come difficoltà a tenere sotto controllo processo e risultati o cortocircuito della mente che interviene orientando in modo diverso i ragionamenti. In questo modo l'errore non rappresenta un fallimento ma una tappa necessaria del processo di costruzione di nuova conoscenza. L'insegnante sfrutta l'errore come occasione di approfondimento e sistematizzazione.

Emerge, in modo implicito, un'idea di 'buona pratica' che sottintende un approccio metodologico basato su situazioni problematiche aperte, che rimettono in gioco conoscenze e competenze in possesso degli alunni, ma sono anche proiettate verso zone di sviluppo prossimale.

Si delinea così una nuova posizione del docente che seppure chiaramente orientato ad affrontare definiti argomenti, procede partendo dalle conoscenze del gruppo classe cui si riferisce. Torna quindi alla mente che, parafrasando Wittgenstein, *i bambini vadano presi là dove sono, perché quello è il loro punto di partenza e che poi, con in mente loro e proprio loro, si vada alla ricerca della strada per accompagnarli dove vogliamo che arrivino*. Ciò significa che ogni volta che si incontra un gruppo classe è a quello 'speciale gruppo' di alunni che ci si riferisce ed è con quello che si contratta un nuovo percorso d'apprendimento.

Dalle situazioni problematiche ai protocolli

I contenuti, il programma da svolgere, spesso non variano, ma, nella dinamica quotidiana di apprendimento, varia e si definisce strada facendo il *processo*, che è di per sé unico in quanto prodotto dall'incontro di soggetti che definiscono, in una strana alchimia, non sempre comprensibile, quello specifico risultato, fatto di comprensioni, di affettività e di maturazione. Credo quindi che la nostra ricerca ci debba portare ad utilizzare metodi e metodologie che comprendano sempre questo processo: le situazioni problematiche aperte, la stesura e l'analisi dei protocolli, la discussione e la ricontestualizzazione con il gruppo della situazione affrontata mi pare comprendano proprio questa idea.

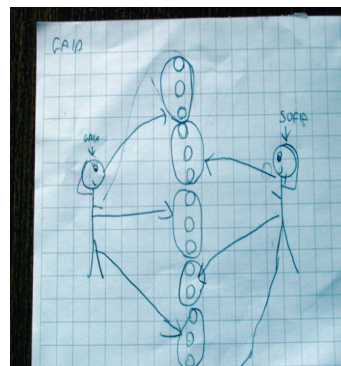
Ecco perché credo fondamentale arricchire queste schede di documentazione di materiali 'vivi' capace di porre interrogativi, di proporre modelli di analisi e di azione al docente che legge. Seguono per chiarezza alcuni esempi di questi materiali nella speranza di creare *entusiasmo* nel lettore messo di fronte a piccole menti che sanno esprimere grandi riflessioni, *passione* per il proprio mestiere che, seppur bistrattato, ancora rappresenta una grande opportunità di relazione umana e una grande esperienza di conoscenza e cultura nello scambio e *desiderio di ricerca*, nella nostra professione veramente non si finisce mai di imparare.

Documentazione del lavoro in classe

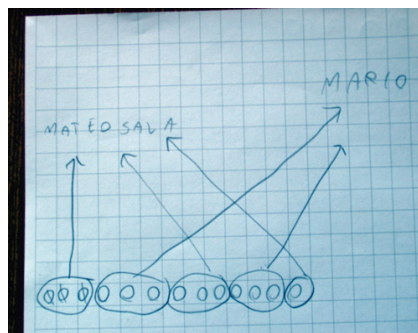
Alcuni esempi¹³

Considerazioni dell'insegnante sul lavoro svolto dai bambini

- In considerazione dell'età dei miei alunni, a differenza di quanto programmato ho deciso di non far svolgere l'attività in gruppo, ma solo a coppie; quindi manca questa fase di rielaborazione intermedia.
- La maggioranza delle coppie di bambini ha riportato sui fogli la rappresentazione di una partita con l'indicazione delle mosse progressive: *quante pietre sono state prese nei diversi turni e chi ha vinto e chi ha perso.*



- Emergono dei tentativi di descrizione di mosse ritenute vincenti; i bambini però impongono all'altro, per poter vincere, la quantità da prendere.
- Mentre i bambini giocano qualcuno incomincia ad accorgersi che, *se* sul tavolo rimangono 5 oggetti, *allora* chi gioca quel turno ha praticamente perso la partita perché: *se prende 1, l'altro prende 3 e ne rimane 1; se prende 2, l'altro prende 2 e ne rimane 1; se prende 3, l'altro prende 1 e ne rimane 1.* Ad un bambino la situazione appare chiara e con estrema proprietà nell'uso del se... allora... spiega alla lavagna la sua scoperta.
- I bambini sono sollecitati a riflettere se esista una strategia da seguire per essere sicuri di vincere qualunque mossa faccia l'avversario, se chi gioca per primo è avvantaggiato o no e perché, e così via (vedi descrizione dell'attività). Su questi quesiti i bambini discutono brevemente: ci è mancato il tempo e successivamente non ho ripreso l'attività, quindi le considerazioni fatte sono ancora molto embrionali.



¹³ Classe seconda, scuola primaria di Agazzano (Pc) – I.C. di Pianello Val Tidone

- Quest'attività è stata un punto di partenza, ma non avevo ancora chiari gli obiettivi da perseguire: solo ora riflettendoci a mente fredda mi rendo conto delle possibilità che avrei avuto e non ho saputo in quel momento cogliere. Mi ha però introdotto ad un altro modo di impostare l'attività didattica e quindi mi sembra interessante riproporla comunque agli altri insegnanti.

Qui c'è il racconto di una partita

Appunti dell'insegnante durante l'attività

Sono stralci di conversazione che lasciano intravedere i ragionamenti dei bambini:

Ins. - Quali sono i trucchi per vincere?

Gaia - Facciamo che qui sono rimasti 4 bottoni. Se restano 4 io ne prendo 3

Matteo - Se uno inizia e ne prende 3 poi 2 poi 1 e poi 3... ne rimangono 4

Mario - (Continua integrando l'intervento di Matteo) Ma se io ne prendo 3 e lui anche, poi io ne prendo ancora 3 e lui anche allora io perdo.

Corrado - Perché dipende da come inizi.

Ivan - Ma io cerco di capire sempre quante ne restano.

Kirna - Io 3 e lui 3, poi 2 e lui 1...

Ins. - Ma quando è che siete sicuri di aver vinto?

Lorenzo - Alle ultime due mosse.

Qui Corrado comunica la sua ipotesi. Chi incomincia ...?

Sono solo stralci e appunti, ma è proprio lavorando su conversazioni di questo tipo che si può capire il ragionamento e seguire il processo della classe.

Ad esempio partendo da descrizioni di fatti concreti le domande dell'insegnante devono stimolare verso la ricerca delle relazioni tra i fatti osservati, se gli allievi tendono a ritornare alla situazione locale, l'insegnante li spinge a ragionare sulle conseguenze delle loro mosse.

Ogni allievo vede le cose dal suo punto di vista, l'insegnante cerca di far condividere i diversi punti vista e di guidare la classe nel suo complesso alla scoperta delle regolarità.

GEOMETRIA PER PENSARE: IL CANE PLUTO

Caterina Visalli

Docente di scuola primaria

Titolo	Il cane Pluto
Classe	1 ^a e 2 ^a classe della scuola primaria
Argomento	Spazio e Figure
Traguardi di competenza	<p>Percepisce e rappresenta forme, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo, utilizzando in particolare strumenti per il disegno geometrico (riga, compasso, squadra) e i più comuni strumenti di misura.</p> <p>Impara a costruire ragionamenti e a sostenere le proprie tesi, grazie ad attività laboratoriali, alla discussione tra pari e alla manipolazione di modelli costruiti con i compagni</p>
Autore	Caterina Visalli ¹⁴
Presentazione	<p><i>L'attività ha lo scopo di sviluppare sin dai primi anni della scuola primaria il tema della progettualità.</i></p> <p>Nelle prime fasi i bambini, in piccolo gruppo, devono osservare, analizzare e scomporre mentalmente un oggetto reale (il modello di carta di un cane) per scoprire le diverse parti di cui è composto e superare il problema della rappresentazione; ciò li spinge ad effettuare delle esplorazioni dinamiche mentali, ad elaborare e gestire ipotesi, ad 'argomentare' le scelte ovvero il processo che è alla base delle scelte effettuate.</p> <p>Nelle attività successive, in cui ogni gruppo espone le conclusioni dei loro elaborati, confrontandone i risultati e commentandoli insieme, si avviano gli alunni verso una didattica del confronto: gli scolari analizzano testi e disegni di altri compagni e li confrontano. In questo modo il bambino si abitua a esercitare un vaglio critico sui prodotti realizzati da lui e da altri, a individuare elementi comuni sotto forme rappresentative diverse e differenze tra 'oggetti' che si presentano simili, a cogliere livelli diversi di analogia e di differenza (dal dettaglio agli aspetti più generali), a utilizzare (e, se non le possiede, ad acquisire, con l'aiuto dell'insegnante) espressioni linguistiche che consentono di denominare le analogie e le differenze individuate.</p> <p>È attraverso la discussione di bilancio, intesa come il processo di informazione, analisi e valutazione delle soluzioni individuali proposte, che avviene la socializzazione collettiva delle strategie</p>

¹⁴ Attività tratta da AA.VV., *Bambini, maestri, realtà: un progetto per la scuola elementare*, Vol I, Rapporto tecnico, Dipartimento di Matematica, Università di Genova.

	usate e la costruzione di una o più rappresentazioni e soluzioni del problema. Nell'ultima fase della discussione di bilancio avviene l' <i>istituzionalizzazione delle conoscenze</i> al fine di formulare in modo esplicito i concetti e le procedure che devono essere ricordati, e per collegarli alle conoscenze precedenti.
Obiettivi	<ul style="list-style-type: none"> • Elaborare e gestire ipotesi; • avviare i bambini alla capacità di scrivere testi diversi anche argomentativi; • permettere il confronto e l'interazione tra più opinioni; • approcciare al linguaggio geometrico e all'idea di unità di misura come strumento più adatto per effettuare misurazioni.
Requisiti	<ul style="list-style-type: none"> • Intuizione di forme geometriche; • Primi pensieri ipotetici deduttivi; • Attitudine a lavorare in piccolo gruppo.
Collegamenti con i livelli successivi	Costruzione di modelli e rappresentazione di figure tridimensionali anche in scala (riproduzione in scala di un modellino della propria aula o del proprio quartiere o della scuola...) sottolineando il fatto che si parte dallo spazio, poi si lavora nel piano utilizzando strumenti adeguati; acquisizione del concetto di area e di volume.
Durata	8 - 10 ore
Materiale	Modello realizzato dall'insegnante; fogli da disegno; colla, scotch, ferma-campioni, forbici; fogli millimetrati; righello.
	<p>L'attività si sviluppa in quattro fasi di 2 o 3 ore ciascuna.</p> <p><i>Prima fase</i> (in piccolo gruppo): gli alunni sono invitati ad osservare, analizzare e scomporre mentalmente l'oggetto per intuire le figure geometriche nascoste. Attraverso domande guida dovranno cercare di intuire come poter realizzare un modello simile a quello osservato, verbalizzando le ipotesi effettuate.</p> <p><i>Seconda fase</i> (in piccolo gruppo): attraverso un'osservazione, questa volta diretta, i bambini dovranno esplicitare il numero e il tipo di figure geometriche che compongono il modellino e verbalizzare le diverse congetture.</p> <p><i>Terza fase</i> (discussione di bilancio): attraverso il confronto dei protocolli, ogni gruppo di alunni formalizzerà le scoperte effettuate, le confronterà, individuerà elementi in comune e differenze, esplicherà i concetti e le procedure per giungere a nuove conoscenze.</p> <p><i>Quarta fase</i> (piccolo gruppo): si inviteranno i bambini a progettare e realizzare un modellino di carta mettendo in campo non solo le conoscenze acquisite, ma utilizzando metodologie di lavoro e strategie risolutive già sperimentati.</p>
Valutazione	Il percorso sperimentato ha messo in evidenza diversi punti di forza. Punti forti si sono rivelati la produzione e la gestione di ipotesi da

	<p>parte di bambini anche così piccoli, in quanto si sono rivelate come una delle vie privilegiate nella costruzione di concetti, di conoscenze e di procedure. In effetti, attraverso la produzione e la gestione di ipotesi il bambino mette in gioco le sue esperienze e le conoscenze precedentemente elaborate e le rende disponibili per integrazioni, modifiche, superamenti nel rapporto con la realtà e nel dialogo con i compagni e con l'insegnante.</p> <p>Tutti i soggetti sono parte attiva nell'apprendimento, apportano il proprio contributo in termini di conoscenze e competenze individuali la cui omogeneizzazione e interiorizzazione avviene in un clima di scambio e condivisione di idee.</p>
Per valutare le competenze raggiunte	<p>Attraverso la verifica finale si dovranno attestare sia il possesso di abilità e conoscenze strettamente vincolate alla disciplina, che certificare l'acquisizione di competenze trasversali:</p> <ul style="list-style-type: none"> • comunicare; • inventare; • formulare ipotesi e congetture; • costruire ragionamenti. <p>Esempi di prove:</p> <p>a) rappresenta a tua scelta due solidi e indicane le caratteristiche; disegna il loro sviluppo e indica uguaglianze e/o differenze;</p> <p>b) per la vostra sicurezza progetta la copertura del termosifone presente nella tua aula; argomenta la scelta del materiale e la strategia risolutiva.</p>
Collegamenti con i livelli successivi	<p>L'unità contempla l'esplorazione del campo di esperienza della rappresentazione dello spazio. Possibili attività in riferimento ai livelli scolastici successivi potrebbero essere <i>"il punto di vista"</i>, <i>"dai meccanismi agli ingranaggi"</i>, <i>"dagli ingranaggi alle ruote"</i> che si rivolgono ad alunni del primo ciclo della scuola elementare e che prosegue, poi verso <i>"un approccio ai teoremi"</i>, <i>"dalle ruote al cerchio"</i> per allievi dell'ultimo anno del secondo ciclo o per allievi della scuola media. I percorsi citati si possono visionare nell'ambito del Progetto SET Matematica <i>"Modelli e linguaggi"</i>¹⁵.</p>
Collegamenti con altre discipline:	<p><i>Italiano</i>: Produrre brevi testi orali e scritti di tipo descrittivo, narrativo e regolativo.</p> <p><i>Scienze</i>: osservare un fenomeno e formulare ipotesi.</p> <p><i>Informatica</i>: uso di semplici schematizzazioni.</p> <p><i>Arte e immagine</i>: Usare gli elementi del linguaggio visivo per stabilire relazioni tra i personaggi e l'ambiente che li circonda.</p>

¹⁵ www.indire.it/set.

UN APPROCCIO GRADUALE ALLE POTENZE

Fiorenza Giancristofaro

Docente di scuola secondaria di I grado

Titolo	Le potenze - La potenza del 2
Classe	1ª classe scuola secondaria di I grado
Argomento	Nucleo: "Numero"
Traguardi di competenza	<p>L'alunno ha capito come gli strumenti matematici appresi siano utili in molte situazioni per operare nella realtà.</p> <p>Percepisce, descrive e rappresenta forme relativamente complesse, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.</p> <p>Valuta le informazioni che ha su una situazione, riconosce la loro coerenza interna e la coerenza tra esse e le conoscenze che ha del contesto, sviluppando senso critico.</p> <p>Ha consolidato le conoscenze teoriche e sa argomentare grazie ad attività laboratoriali, alla discussione tra pari e alla manipolazione di modelli costruiti con i compagni.</p> <p>Confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi.</p>
Autore	Fiorenza Giancristofaro
Presentazione	<p>Metodologia didattica. L'insegnante entra in classe e chiede al gruppo aiuto per la risoluzione di un quesito relativo ad una novella indiana. È importante che la collaborazione richiesta ai ragazzi per la risoluzione del problema sia prospettata dall'insegnante come esigenza legata ad un contesto non strettamente scolastico. L'insegnante sollecita e guida il gruppo alla risoluzione del problema. L'attività si propone di rilevare eventuali misconcezioni presenti nel gruppo relativi al concetto di potenza (considerare erroneamente l'elevamento a potenza un'operazione di addizione ripetuta) al fine di restituirne il corretto significato.</p>
Requisiti	<p>Sa eseguire le operazioni nell'insieme N.</p> <p>Sa utilizzare i comuni strumenti di calcolo.</p> <p>Sa utilizzare rappresentazioni di dati adeguate e in situazioni significative per ricavarne informazioni.</p> <p>Sa risolvere facili problemi mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo sia sui risultati.</p> <p>Ha imparato a riconoscere situazioni di incertezza e ne parla con i compagni.</p>

Durata	2-4 ore
Materiale	Novella, quaderno, penna, righello, calcolatrice, chicchi di riso.
Descrizione dell'attività	<p>L'insegnante, entrando in classe, annuncia al gruppo che non ci sarà 'lezione di matematica' e propone di utilizzare il tempo a loro disposizione per cercare insieme una possibile risposta ad un quesito sorto in seguito alla lettura di una novella alla cui risoluzione l'insegnante, per un contrattempo, non ha avuto tempo di dedicarsi.</p> <p>Dapprima si lavora sugli aspetti verbali del testo. La novella viene letta focalizzando: la richiesta del bramino: <i>"Mi darai un chicco di grano per la prima casella della scacchiera, due per la seconda, quattro per la terza, otto per la quarta e così via, raddoppiando la quantità ad ogni casella fino alla sessantaquattresima e ultima..."</i>; il valore apparentemente modesto della richiesta: <i>"Il re rise di questa richiesta, dicendogli che poteva avere qualunque cosa e invece si accontentava di pochi chicchi di grano..."</i>; il reale ed enorme costo insito nella richiesta: <i>"Il giorno dopo i matematici di corte andarono dal re e gli dissero che per adempiere alla richiesta del monaco non sarebbero bastati i raccolti di tutto il regno per ottocento anni..."</i>; la modalità operativa con la quale la richiesta deve essere soddisfatta: <i>"Raddoppiando la quantità ad ogni casella fino alla sessantaquattresima..."</i>.</p> <p>Si guida il gruppo ad approcciarne la risoluzione mediante una simulazione in concreto del problema. A tal riguardo si potrà provvedere a recuperare un certo quantitativo di riso dalla mensa scolastica e a disegnare sul quaderno la scacchiera (vedi tab. 1). Gli alunni proveranno, a questo punto, a disporre sulla scacchiera i chicchi traducendo operativamente le modalità riportate nella novella. L'insegnante in questa fase potrà sollecitare i ragazzi a fare previsioni chiedendo loro, ad esempio, se il quantitativo di riso a loro disposizione sarà sufficiente. Quando in classe non ci sarà più disponibilità di riso, nel gruppo emergerà la necessità di dover abbandonare tale modalità operativa ed optare per un <i>modus operandi</i> che faccia uso di un piano astratto. Lasciando i chicchi sulla scacchiera, i dati numerici vengono riportati in tabella. Dall'osservazione ed analisi di tali informazioni, con la guida dell'insegnante, il gruppo scopre che il numero dei chicchi disposti in ciascuna casella può essere espresso come potenza del 2. A questo punto gli allievi dovrebbero essere in grado di calcolare la richiesta: sono necessari 2^{64} chicchi.</p> <p>Dall'osservazione dei dati empirici e formali, i ragazzi osserveranno che ad esempio alla casella 2^3 non corrispondono 6 chicchi($2+2+2$) ma 8 chicchi($2 \times 2 \times 2$): la potenza non si sostanzia dunque come un'addizione ripetuta ma come una moltiplicazione ripetuta.</p> <p>Ne segue la rappresentazione grafica: sull'asse X si riportano i valori dell'esponente e sull'asse Y i corrispondenti valori della potenza di base 2. Unendo i punti del piano si compiono le osservazioni sul grafico ottenuto.</p>

Valutazione	<p>Per la valutazione del segmento curricolare, l'attività scelta dall'insegnante:</p> <ul style="list-style-type: none"> - rappresenta un segmento curricolare relativo al nucleo tematico "Numeri" e "Relazioni e funzioni" presente nelle <i>Indicazioni</i> del 2007; - costituisce una prassi didattica in grado di condurre l'allievo verso i traguardi di competenza alla fine della 3^a media. <p>Per la valutazione della competenza del singolo allievo, la prova di verifica tenderà a verificare se l'alunno è in grado di:</p> <ul style="list-style-type: none"> - riconoscere il concetto di potenza in contesti diversi da quelli noti; - saperne calcolare in modo corretto il valore al fine di risolvere problemi, verificare possibili soluzioni, effettuare stime; - utilizzare sinergicamente registri comunicativi diversificati. In particolare si richiede all'allievo di saper leggere e produrre grafici, simboli, formule.
Collegamenti esterni	Nell'ambito della prima classe della scuola media si possono effettuare collegamenti con le scienze ed in particolare con lo studio matematico della crescita esponenziale di organismi unicellulari.
Collegamenti con i livelli successivi	<p>Classe 2^a (scuola media). L'attività può essere ripresa ponendo ai ragazzi una nuova questione: calcolare il peso di un singolo chicco di riso. L'attività può essere utilizzata per introdurre, nell'ambito della statistica, il concetto di media. Quest'ultimo concetto diventerà necessario ai fini della risoluzione del problema poiché, non essendo possibile calcolare a scuola in modo diretto il peso di un singolo chicco, sarà opportuno procedere in modo indiretto attraverso il calcolo del peso medio di un chicco.</p> <p>Classe 3^a (scuola media). Nell'ambito dello studio di funzioni, si può ancora riutilizzare la novella del bramino al fine di condurre finalmente il gruppo alla generalizzazione $Y=2^x$.</p> <p>Scuola superiore. Vengono ampliati: il concetto di potenza (dalla potenza con base ed esponente appartenenti ad \mathbb{N} si giunge allo studio della potenza con base reale positiva ed esponente reale, il concetto di funzione.</p>

Tabella 1 - Scacchiera per i chicchi di riso

Numero chicchi=1 Potenza=2 ⁰	Numero chicchi=2 Potenza=2 ¹	Numero chicchi=4 Potenza=2 ²	Numero chicchi=8 Potenza=2 ³

UNA MATEMATICA DAL VOLTO UMANO: CONTARE E RACCONTARE

Stefania Neri

Docente di scuola secondaria di I grado

Titolo	Contare e raccontare: la storia della matematica nella scuola secondaria di I grado
Sottotitolo	Incontro fra le due culture: quella umanistico-storico-letteraria e quella scientifico-matematica.
Classe	Prima, seconda, terza secondaria di I grado.
Argomento	Tutti i nuclei di contenuto: numeri; spazio e figure; relazioni e funzioni: misure, dati e previsioni.
Traguardi di competenza	L'alunno rafforza un atteggiamento positivo rispetto alla matematica attraverso esperienze in contesti significativi.
Autore	Stefania Neri - I.C. Castrocara (FC)
Presentazione	Il senso didattico è di contestualizzare storicamente la matematica che lo studente impara. I riferimenti storici verranno via via registrati ed illustrati attraverso il disegno (vignette). Legare puntualmente la disciplina alla sua realtà storica migliora il sapere, il saper fare, il saper comunicare e il saper essere e fa superare la falsa concezione che la matematica sia una disciplina statica e conclusa (come molti esponenti di 'altre culture' credono) valorizzandone l'aspetto formativo molto spesso trascurato a vantaggio di quello strumentale. La matematica è una delle tante chiavi di lettura della realtà e niente meglio della sua dimensione storica ce ne dà conferma. Infatti saper ricostruire le principali tappe della storia della matematica, utilizzando unità temporali adeguate, sviluppa i concetti di sincronia e diacronia e permette di trasferire le conoscenze da un ambito disciplinare all'altro.
Obiettivi	Realizzare verticalità negli apprendimenti e trasversalità delle competenze in un'ottica di didattica orientativa. Evitare che ostacoli di carattere fondazionale-epistemologico si traducano necessariamente in ostacoli didattici. Condurre gli studenti a scoprire il fascino della 'ricerca e scoperta' e della 'fantasia e creatività' in ambito matematico. Arricchire il proprio 'lessico matematico'.
Requisiti	L'alunno ha sviluppato, già dalla scuola primaria, un atteggiamento positivo rispetto alla matematica, anche grazie a molte esperienze in contesti significativi.

Collegamenti con i livelli successivi	In riferimento ai livelli scolari successivi (scuola secondaria di II grado) l'attività evidenzia come un approccio di tipo storico nell'insegnamento della disciplina ne favorisca l'apprendimento da parte degli studenti, superando la falsa concezione che nella matematica non vi sia evoluzione. La ricerca in didattica della matematica ha da tempo sottolineato che 'umanizzare' la matematica, sin dalla scuola primaria, migliora i risultati raggiunti dagli studenti (l'aneddoto storico può servire a generare interesse per il personaggio e quindi per la 'sua matematica').
Durata	Intero anno scolastico: parallelamente al 'percorso didattico' viene affrontato un 'percorso storico' delle principali tappe della 'storia della matematica'.
Materiale	Cartelloni; una sezione del quaderno di matematica per le tavole cronologiche; penna usb nella quale gli studenti possano trasferire 'immagini di matematici'; materiale per 'rappresentazione teatrale' (facoltativo).
Descrizione dell'attività	Il percorso didattico della matematica non coincide con il suo percorso cronologico. La contestualizzazione storica avviene dapprima in modo diacronico: quando presentiamo, ad esempio, il nostro sistema di numerazione decimale e posizionale, arrivato in Europa nel XIII secolo, contemporaneamente ricostruiamo le tappe principali della <i>Storia dei sistemi di numerazione</i> partendo dalla preistoria, passando attraverso le civiltà della Mesopotamia, la civiltà egizia, la civiltà greca, la civiltà romana, il Medioevo (europeo e non)... , facendo raccogliere i dati dagli studenti in apposite 'tavole cronologiche' (precedentemente predisposte in calce al loro quaderno di matematica) e facendo rappresentare 'le varie situazioni matematiche' con il disegno (preferibilmente vignette e/o vignette in espansione). Se per ogni nucleo di contenuto si procede come sopra descritto, al termine del percorso (ma anche <i>in itinere</i>) si possono indurre gli studenti a fare riflessioni su ogni singola 'tavola cronologica' per cogliere l'aspetto sincronico della storia della matematica: se analizziamo la 'tavola della civiltà greca', ad esempio, possiamo facilmente ricavare che, da un certo momento in avanti, la geometria prende il sopravvento rispetto all'aritmetica (per quale motivo? in che modo? per opera di quale matematico? quali vicende storiche possono avere ingenerato tale passaggio? e andando avanti?). Questo è il modo migliore per superare la falsa concezione di una disciplina statica ("è sempre stata così e così resterà"), difficile ("bisogna essere portati"), arida (in pratica si tratta di saper fare i conti). Con questa ricostruzione è possibile dare un 'volto umano' alla matematica liberandola da tutti quei pregiudizi di cui sopra e valorizzarne, oltre l'aspetto strumentale, anche quello culturale. Questo tipo di approccio migliora l'apprendimento e l'interiorizzazione dei contenuti, le capacità comunicative, induce ad una riflessione sui propri errori

	prendendo consapevolezza che anche i grandi matematici ne hanno commessi e soprattutto contribuisce al rafforzamento di un atteggiamento positivo nei confronti della disciplina (prerogativa essenziale per costruire competenze).
Valutazione	Aspetti qualificanti: verticalità; trasversalità; didattica di tipo laboratoriale; valorizzazione dei diversi stili di apprendimento; incontro fra le 'due culture' individuandone i saperi essenziali; visibilità dell'esperienza attraverso rappresentazioni teatrali ('teatro matematico'); buone condizioni di trasferibilità in quanto è possibile realizzare l'esperienza ad ogni livello scolastico perché presenta caratteristiche che rientrano in primo piano nelle ' <i>Indicazioni per il curricolo</i> ' e nei documenti dei 'gruppi di ricerca in didattica della matematica'. Eventuali aspetti di criticità: difficoltà a realizzare la compresenza nella scuola secondaria (dove non è istituzionalizzata) e una progettualità condivisa ad inizio anno ed <i>in itinere</i> . Attenzioni particolari che è bene porre nell'attuazione: padronanza dello statuto fondazionale-epistemologico della matematica da parte del docente. Difficoltà incontrate dagli alunni: nessuna.
Collegamenti	Curricoli umanistico-storico-letterari.

Esempi di prova

1 – Tratto dal quaderno di un'alunna di seconda classe: la storia del Teorema di Pitagora (tavola cronologica della civiltà greca).

PITAGORA

Fondò una scuola, alla quale erano ammesse anche le donne, a Crotona, in Calabria (Magna Grecia), nella quale gli allievi si impegnavano a non divulgare le scoperte. Difeso da Metaponto non rispettò questa regola a proposito della scoperta dei numeri irrazionali e fu trovato morto annegato (secondo la leggenda perché colpito dalla Rina di Giove, ma in realtà fu buttato in mare da un iguato esecutore mandato da Pitagora). Sul cadavere era impressa una stella a 5 punte, simbolo della scuola pitagorica. La scoperta degli irrazionali fece quindi crollare non solo il potere scientifico, ma anche il potere politico di Pitagora, sostituito dal potere aristocratico al momento al potere. Ciò fece scoppia la rivolta, tanto che il partito democratico, capeggiato da Cleone, incendiò la scuola. (Pitagora riuscì a fuggire a Metaponto, dove morì più tardi).



TRA ARTE E GEOMETRIA: ISOMETRIE PER GRANDI E PICCINI

Alessandra Carloni

Docente di scuola primaria

Titolo	Isometrie per grandi e piccini: conoscere Forlì con le isometrie
Sottotitolo	Laboratorio di ricerca e studio tra arte e geometria
Classe	Percorso in verticale dalla 1ª alla 3ª primaria.
Argomento	Nucleo tematico: spazio e figure.
Traguardi di competenza	Percepisce e rappresenta forme, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo, utilizzando in particolare strumenti per il disegno geometrico (riga, compasso, squadra) e i più comuni strumenti di misura.
Autore	Alessandra Carloni, Luciana Giorgi - Scuola primaria "Livio Tempesta" di Forlì.
Presentazione	<p>Questa attività nasce dal desiderio di sperimentare percorsi trasversali e laboratoriali che orientino ad una progettazione verticale e che offrano un'opportunità di 'fare matematica' in modo diverso. L'attivazione del laboratorio, perciò, ha perseguito la convinzione che occorre mostrare ai nostri alunni che:</p> <ul style="list-style-type: none">- la matematica offre una modalità specifica e creativa di osservare e interpretare la realtà;- nel pensiero matematico, al pari di quello artistico e linguistico, è possibile ritrovare il <i>bello</i> in quanto armonico, regolare, continuo/discontinuo...;- la geometria, in modo particolare, permette di rielaborare in modo creativo l'opera d'arte per dar vita ad un prodotto nuovo.
Obiettivi	<ul style="list-style-type: none">- consentire agli alunni di conoscere il patrimonio artistico ed architettonico della città di Forlì;- ideare paesaggi immaginari rielaborando elementi architettonici cittadini;- offrire proposte didattiche riconducibili ad aspetti storico-geografici, artistici ed architettonici in modo da favorire il trasferimento di strutture cognitive/concettuali da un ambito all'altro entro una struttura unitaria dell'apprendere;- proporre l'uso di ragionamenti e procedure volti alla costruzione di strutture cognitive e concettuali specifiche della geometria per interagire con l'esperienza artistica locale e rielaborarla;

	<ul style="list-style-type: none"> - rendere evidente il salto cognitivo che caratterizza il transito da un apprendimento legato ad oggetti ad un sapere che esprime concetti tramite simboli matematici; - offrire proposte didattiche all'interno di contesti motivanti; - agevolare gli scambi comunicativi tra gli alunni attraverso l'organizzazione laboratoriale.
Requisiti	<p>L'alunno:</p> <ul style="list-style-type: none"> - colloca correttamente nello spazio se stesso e gli oggetti; segue correttamente un percorso sulla base di indicazioni verbali; - prova interesse per gli artefatti, li esplora e sa scoprirne funzioni e possibili usi; - è curioso, esplorativo, pone domande, discute, confronta spiegazioni e progetta azioni.
Collegamenti con i livelli successivi	L'attività può facilitare l'avvio al tema dei movimenti geometrici in un contesto di esperienza in modo da favorire al termine della classe quinta primaria conoscenze e abilità utili a costruire e utilizzare modelli materiali nello spazio e nel piano e a riconoscere figure geometriche ruotate, traslate e riflesse.
Durata	Circa 20 ore per ognuna delle tre classi, articolate in unità settimanali di 2 ore, dal mese di gennaio al mese di aprile.
Materiale	Fogli carta formato A4, cartoncino bristol bianco, pennarelli e colori a matita, colla, forbici, cartucce per stampante.
Descrizione dell'attività	<p>Sono stati previsti momenti di raccordo programmatico tra insegnanti delle tre classi. La collaborazione e la compresenza con la collega di team è stata indispensabile per lavorare in piccolo gruppo.</p> <p>Lavori in piccolo gruppo o grande gruppo in base al segmento di lavoro da svolgere: piccolo gruppo per l'utilizzo del laboratorio di informatica e per l'assemblaggio dei lavori in cartelloni, grande gruppo per le visite al centro storico e le attività di scoperta attraverso giochi, rielaborazione di immagini e soprattutto movimenti geometrici che hanno ridisegnato profili e immagini dei vari monumenti della città. Sono stati utilizzati modelli e immagini di monumenti cittadini riprodotti su cartoncino e carta. L'organizzazione dei gruppi è stata predisposta in modo che gli alunni potessero supportarsi a vicenda e collaborare alla buona riuscita del lavoro.</p>
Valutazione	<p><i>Punti forti:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - utilizzo di una metodologia attiva che crea situazioni dense di interesse e coinvolgimento e presentazione di ribaltamenti, rotazioni, traslazioni attraverso la trasformazione di elementi reali per rielaborare lo spazio vissuto in ambienti e scenari diversi e immaginari.

	<p><i>Possibili punti deboli:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - necessità di operare in contemporaneità con un collega per costituire piccoli gruppi e uscire alla scoperta del territorio; - necessità di programmare l'attività in modo puntuale e periodico e di predisporre anticipatamente il materiale e le uscite. <p><i>È utile:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - lasciar liberi i bambini di ripetere l'esperienza con oggetti, figure e forme proposte da loro stessi; - invitarli ad immaginare e rappresentare il prodotto del movimento di oggetti di forme e dimensioni diverse; - richiedere sempre la 'narrazione' di ciò che stanno o che hanno sperimentato; - utilizzare sempre un lessico specifico e parlando con loro nominare senza timore 'rotazioni', 'traslazioni', 'simmetria'; - evitare di richiedere ai più piccoli l'uso della stessa terminologia specifica utilizzata dall'insegnante; - non correggere i bambini che utilizzano locuzioni che descrivono un concetto in modo spontaneo o parziale, ma sostanzialmente corretto (ad es. 'gira intorno' invece di ruota). <p>Difficoltà incontrate dagli scolari: nessuna.</p>
Collegamenti esterni	<p><i>Storia:</i> individuazione delle tracce e loro uso come fonti per ricavare conoscenze sul passato della comunità di appartenenza; rappresentazione di conoscenze e concetti appresi mediante grafismi e disegni.</p> <p><i>Geografia:</i> esplorazione del territorio circostante attraverso l'osservazione diretta; spostamenti-percorsi nello spazio circostante e orientamento attraverso punti di riferimento; acquisizione della consapevolezza di muoversi e orientarsi nello spazio grazie alle proprie carte mentali; conoscenza e descrizione degli elementi antropici che caratterizzano l'ambiente di residenza.</p> <p><i>Arte e immagine:</i> esplorazione di immagini, forme e oggetti presenti nell'ambiente; osservazione consapevole di immagini statiche ed in movimento; individuazione nel proprio ambiente dei principali monumenti.</p>

Esempi

Orientamento nello spazio vissuto e conoscenza degli elementi architettonici osservati.

Classe prima e seconda. Ricorda la nostra visita al centro storico. Segui con il dito le strade che portano da un monumento all'altro e dimmi il loro nome.

Classe terza. Racconta la visita ai monumenti di Forlì, indica sempre la strada che abbiamo percorso e i monumenti che abbiamo osservato.

La città di Forlì: torri, palazzi, chiese.



Dall'osservazione di elementi architettonici ricaviamo sagome e forme per compiere movimenti

Classe prima. Ecco la sagoma del campanile di San Mercuriale. Ruotalo e scopri che cosa si può ottenere.

Classe seconda e terza. Analogo esercizio con sagome di monumenti diversi e rotazioni, traslazioni e simmetrie.



LA LAVAGNA INTERATTIVA MULTIMEDIALE NELLA SCUOLA

Michela Maschietto

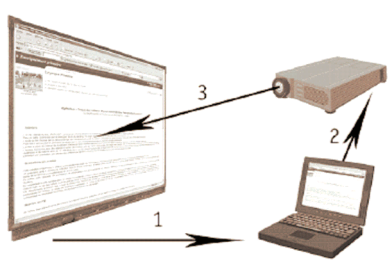
Dipartimento di Matematica, Università di Modena e Reggio Emilia

La lavagna nera di ardesia ha progressivamente lasciato il posto alla lavagna bianca. Oltre al colore, è soprattutto l'oggetto usato per scrivere ad essere sostituito, il pennarello al posto del gessetto. In più, la lavagna bianca permette la proiezione di immagini. Così, quando si è avuto e sviluppata l'idea di trasformare la lavagna bianca in un grande tappetino per il mouse e in uno schermo informatico, è nata la lavagna interattiva.

Che cosa è una LIM?

La lavagna interattiva multimediale (nel seguito indicata con l'acronimo LIM) è parte di un sistema complesso, costituito da un computer e da un videoproiettore oltre che dalla lavagna stessa. Questo sistema permette di: proiettare sulla lavagna lo schermo del computer dell'insegnante (uso standard di uno schermo di proiezione); scrivere e disegnare sullo schermo come nella lavagna tradizionale (nera o bianca) con pennarelli specifici o con le dita, ma anche creare e spostare oggetti; salvare sul computer tutto quanto viene realizzato sulla lavagna.

Figura 1 - I collegamenti



La lavagna trasmette al computer le tracce realizzate (1), il computer invia al videoproiettore le tracce ricevute (2), il videoproiettore proietta il risultato alla lavagna, ciò che permette di vedere immediatamente sulla lavagna ciò che è stato fatto e come è stato interpretato dal computer (3) (fig. 1).

Una LIM, come ogni altro artefatto, può essere usata in diversi modi. Due utilizzi, che si possono dire basilari, consistono nel considerare la LIM come semplice sostituta della lavagna tradizionale o come schermo per proiettare. Tuttavia, questi modi d'uso non mettono in gioco la caratteristica fondamentale della LIM, cioè quella di riunire in un solo mezzo i *media* classici (immagini, animazioni, video e suono) e di permettere di interagire con essi.

Una LIM può essere usata come schermo di proiezione che permette di:

- conservare le annotazioni realizzate sugli elementi proiettati, ad esempio su un foglio di testo;
- realizzare manipolazioni sugli elementi proiettati davanti agli allievi, lavorando ad esempio su un'immagine (si veda l'esempio di attività didattica in questo volume); in questo modo il computer diventa una periferica che eredita la navigazione effettuata alla lavagna.

L'interattività della LIM risiede in questi due ultimi modi d'uso.

La diffusione delle LIM nella scuola

Le LIM fanno la loro apparizione negli anni Novanta (il primo esemplare è entrato in commercio nel 1991). È soprattutto nel Regno Unito che il loro uso è stato fortemente sollecitato sin dall'inizio (ad esempio, sono stati avviati studi sul loro impatto nella scuola e nella didattica, Becta 2003). Nel programma educativo britannico, si prevede che dal 2010 tutte le aule dispongano di una LIM. Ora si stanno rapidamente diffondendo anche in altri paesi europei (per esempio, Francia e Portogallo) al seguito di azioni specifiche in progetti educativi nazionali. In Italia, le LIM fanno la loro comparsa all'interno del progetto DiGi Scuola (<http://www.digiscuola.it>), rivolto a particolari regioni (regioni Obiettivo 1). In questo progetto, sono state distribuite attrezzature multimediali comprendenti computer, videoproiettori e LIM alle scuole aderenti. Il progetto prevedeva anche la formazione di insegnanti.

La diffusione delle LIM è ora prevista nel "Piano per l'innovazione digitale nella scuola" del MIUR. Il progetto "Scuola digitale - Lavagna" (<http://www.scuola-digitale.it/lavagna/index.php>) nasce per sviluppare e potenziare l'innovazione didattica attraverso l'uso delle tecnologie informatiche. Si prevede di fornire alle scuole secondarie di primo grado dotazioni tecnologiche (composte da LIM, proiettore e computer) e un campione di contenuti didattici da sperimentare. Il Piano prevede una formazione per i docenti coinvolti.

Le ricerche e le sperimentazioni in classe sull'uso delle LIM

LIM e didattica della matematica

L'interattività della lavagna permette innanzitutto lo svolgimento di attività non realizzabili con la lavagna classica e/o in altri ambienti (se non con costi alti in

termini di tempo e lavoro). Anche se le esperienze didattiche riguardano vari argomenti, è soprattutto per la geometria del piano e dello spazio che la LIM mostra immediatamente le sue potenzialità per la didattica. Ad esempio, la manipolazione di figure geometriche in problemi di equiscomponibilità ed equiestensione.

L'uso ripetuto della LIM facilita l'integrazione dell'uso di programmi informatici. Gli scambi tra la scrittura alla lavagna e diversi programmi sono immediati. Questo facilita l'uso di programmi e il cambiamento di quadri (geometria, analisi...). L'uso di programmi nel corso dell'attività di matematica concorre alla formazione degli alunni sui programmi stessi.

Un canovaccio per l'interazione didattica

Grazie alla possibilità di riprendere e proseguire una lezione o di prendere parti di lezioni concluse o un'attività precedentemente avviata, la LIM consente una sorta di continuità didattica, rafforzata dalla possibilità di trasferire quanto svolto in uno spazio di lavoro comune (in generale, di mettere a disposizione un documento). L'insegnante può preparare il materiale per la classe e richiamarlo quando necessario. È questa una delle potenzialità delle LIM maggiormente enfatizzata dai docenti. La memorizzazione delle tracce delle tappe di una risoluzione per un problema posto, delle formulazioni degli allievi, delle procedure degli allievi permette all'insegnante non solo di avere a disposizione tale materiale per il lavoro successivo in classe, ma anche di analizzarlo per la propria pratica professionale. La disponibilità di materiale proiettabile può favorire l'articolazione tra l'ambiente LIM e l'ambiente carta/matita (e qualche altro strumento, all'occorrenza), legato ad esempio a un lavoro individuale o a piccolo gruppo. In virtù dell'interattività che caratterizza le LIM, l'uso di presentazioni già complete non si rivela sempre un elemento di arricchimento della lezione, in quanto può limitare la partecipazione degli allievi. Di fatto, le lezioni più ricche sono quelle prodotte in interazione con loro a partire da un canovaccio preparato dall'insegnante.

Per una didattica euristica

I vantaggi dell'uso della LIM si diversificano a seconda della situazione (o momento didattico) in cui viene usata. Una situazione di scoperta e di primo incontro della nozione che verrà studiata è sicuramente quella in cui la LIM può essere usata in tutte le sue potenzialità. Infatti, grazie alla disponibilità del computer, tutte le esplorazioni e ipotesi formulate dagli allievi possono essere considerate e revisionate nel corso della lezione. In un momento di sintesi o definizione di una regola, ciò che è importante è la traccia scritta e la formulazione e riformulazione delle regole. L'uso della LIM potrebbe invece

essere di scarso interesse in momenti di svolgimento di esercizi, mentre acquista rilevanza nella loro correzione. Infatti se gli allievi lavorano su computer, possono inviare all'insegnante i protocolli e renderli così disponibili per la discussione collettiva (o i protocolli possono essere acquisiti con lo scanner e proiettati). A questo proposito, la gestione dell'errore sembra poter finalmente portare al riconoscimento dell'errore come risorsa per l'intera classe e avviare così un lavoro costruttivo a partire da esso.

Una classe più partecipe

Il ricorso alla LIM favorisce l'interattività della classe e la partecipazione degli allievi. Diverse ricerche (es., Becta 2003; Averis et al. 2006) concordano sul fatto che l'uso delle LIM ha effetti molto positivi sulla motivazione degli allievi. Gli insegnanti osservano una maggiore partecipazione all'attività proposta con la LIM rispetto a una 'tradizionale', non solo in termini di interventi, ma anche di realizzazione di lavoro alla lavagna. Dai questionari degli allievi emerge che questi considerano le lezioni svolte con la LIM più divertenti e dinamiche. Alcuni studenti enfatizzano la maggiore facilità a presentare il proprio lavoro, altri dicono che la LIM li aiuta ad apprendere.

Le analisi delle lezioni con la LIM sembrano mettere in evidenza una lieve diminuzione del tempo di lavoro di gruppo o individuale a favore del tempo per la lezione 'frontale', che tuttavia si arricchisce di discussioni collettive: c'è un maggior numero di domande aperte, di richieste di verifica e di risposte degli allievi. Le osservazioni evidenziano anche una maggiore partecipazione degli allievi in difficoltà. In generale, l'uso della LIM induce la definizione di un nuovo spazio di lavoro nella classe. Contrariamente a ciò che sembra nella pratica in classe e che gli insegnanti pare percepiscano, secondo alcune ricerche non ci sarebbe un netto miglioramento nei risultati degli allievi agli esami. L'effettiva ricaduta dell'uso della LIM sull'apprendimento resta una questione aperta nella ricerca didattica.

L'organizzazione della classe

L'uso della LIM induce cambiamenti nella pratica didattica degli insegnanti, in quanto porta a una diversa organizzazione delle attività e della gestione della classe. Tali cambiamenti dipendono dal modo con cui la LIM, e in particolare la sua interattività, è sfruttata.

Il luogo di installazione delle LIM influisce sul suo uso e sul modo in cui viene usata. I dati mostrano che in certi casi la LIM ha sostituito completamente la lavagna tradizionale, mentre in altri il suo uso è occasionale e risulta

poco interessante. Il fattore discriminante sembra essere la posizione fisica della LIM. Se è fissa in una classe, allora viene quasi quotidianamente usata. Se invece è posta in una sala informatica, l'uso può diventare settimanale (con la richiesta di una buona programmazione delle attività e degli accessi) e limitare la padronanza delle sue potenzialità interattive da parte dell'insegnante.

L'uso di un proiettore pone il problema dell'ombra di chi lavora alla lavagna sulla lavagna stessa. La disposizione reciproca di queste due componenti del sistema è una questione tecnica sollevata da molti insegnanti. Inoltre, la posizione della lavagna deve prendere in considerazione anche l'età degli allievi (soprattutto nella scuola primaria).

Tipi di attività con la LIM

Le sperimentazioni didattiche condotte in ambiente LIM presentano attività svolte con il solo uso degli strumenti della lavagna (ad esempio, attività di misurazione di angoli con lo strumento goniometro, virtuale ma anche fisico) e attività in cui sono usati anche programmi, come il foglio elettronico, o software di geometria dinamica e di trattamento di testi...

La situazione didattica presentata nel presente volume appartiene alla seconda classe di attività: in essa si propone l'utilizzo della LIM e di un software di geometria dinamica. Come accade con tutte le tecnologie, la sola LIM non è sufficiente a fare una buona lezione. Il lavoro dell'insegnante è essenziale e fondamentale, non solo in aula ma anche al di fuori in termini di preparazione del corso, analisi delle produzioni degli allievi.

Riferimenti bibliografici

- Averis D., Glover D., Miller D., *Developing new representations and mathematical models in a computational learning environment*, in M. Bosch (ed.), *Proceedings of CERME 4*, Sant Feliu de Guíxols (Spain): FUNDEMI IQS – Universitat Ramon Llull, cd-rom, 2006.
- Becta, *What the research says about interactive whiteboards*, http://www.becta.org.uk/page_documents/research/wtrs_whiteboards.pdf, 2003.
- Cochain B-Y, *Un premier bilan du déploiement des TBI en Primaire*.
- Odic L., *Le tableau interactif: un outil au service des mathématiques*.
- Prevot C., *Trois années d'utilisation d'un TBI en cours de Mathématiques*.
- Progetto PrimTICE del Ministero dell'educazione francese per la diffusione delle TIC nella scuola primaria: <http://primtice.education.fr>.
- Où l'on reparle de TBI, in "Revue Sésamath", dossier n. 12, novembre 2008, <http://revue.sesamath.net/>

NATURA, ARTE E... ISOMETRIE CON LA LIM

Grazia Grassi*, Elena Spera**

*Docente di scuola secondaria di II grado

**Docente di scuola secondaria di I grado

Premessa

La proposta, rivolta alle classi della scuola secondaria di primo grado, prende spunto da alcune immagini tratte dalla natura e dall'arte e descrive alcune situazioni - problema legate a *Isometrie piane, definizioni di figure piane, proprietà*. L'argomento si colloca nel nucleo di contenuto *Spazio e figure* delle *Indicazioni* di cui al D.M. 31-07-07. Questa tipologia di percorso didattico conduce gli studenti ad argomentare, congetturare ed eventualmente verificare la presenza di regolarità e di proprietà, a definire isometrie dirette e inverse, a costruire figure che sono congruenti mediante isometrie piane e, pertanto, a matematizzare situazioni reali. L'utilizzo *in modo appropriato e con accuratezza* di strumenti per il disegno geometrico (riga, squadra, compasso) e di software di geometria dinamica consente di *riprodurre figure e disegni geometrici* sia per comunicarli ad altri compagni sia per eseguire correttamente i passi di una descrizione fatta da altri.

In riferimento alle *Indicazioni* del 2007, gli obiettivi del percorso sono:

- *Descrivere e riprodurre figure e disegni geometrici (triangoli, quadrilateri...) utilizzando riga, squadra e compasso ed un opportuno software di geometria dinamica.*
- *Conoscere definizioni e proprietà delle isometrie piane a livello elementare, dal punto di vista della geometria sintetica.*
- *Descrivere e riprodurre isometrie piane e figure trasformate, utilizzando riga squadra e compasso ed un opportuno software di geometria dinamica.*
- *Descrivere e riprodurre figure complesse, ottenute dalla composizione di più quadrilateri e triangoli isometrici e comunicarle ad altri.*

Come prerequisito si richiede la conoscenza di *definizioni e proprietà significative di quadrilateri e triangoli* che peraltro saranno riprese e consolidate durante il percorso e l'uso a livello elementare degli strumenti del disegno geometrico.

Descrizione sintetica dell'attività

L'attività parte da una situazione-problema e prevede la ricerca di regolarità nella natura e nell'arte per:

- congetturare, argomentare, verificare, costruire;
- modellare, formalizzare, generalizzare.

Sono proposte attività relative a simmetria assiale, rotazione e simmetria centrale, traslazione, semplici composizioni di isometrie suddivise in fasi, da svolgere con il supporto di strumenti tra i quali la lavagna interattiva multimediale¹⁶ ed un software di geometria dinamica, ma anche con riga squadra e compasso, a partire da foto di opere d'arte o di fiori, piante, conchiglie, realizzate dagli stessi studenti nel proprio territorio o tratte da Internet.

Ciascuna attività presenterà il medesimo approccio metodologico che è sintetizzato e schematizzato nella seguente tabella. L'argomento verrà trattato solo nel registro sintetico, si rimanda inoltre agli anni successivi l'utilizzo del registro della geometria analitica.

Tabella 1 - Attività e metodologie

<i>Dove</i>	<i>Obiettivo</i>	<i>Supporto</i>	<i>Attività</i>
<i>Fase 1</i> In classe con uso della LIM	Esplorare Argomentare Congetturare Verificare	LIM, riga, squadra e compasso.	A partire da foto e/o disegni anche disponibili in rete e visualizzati sulla LIM, gli studenti saranno condotti a formulare congetture, ad argomentare, a verificare proprietà geometriche (uguaglianza di segmenti, di angoli, di poligoni), fino a ricavare l'esistenza di invarianti per figure che si trovano in corrispondenza biunivoca. Tale fase di esplorazione e verifica sarà inizialmente effettuata con l'uso della LIM e prevede il contributo attivo degli studenti coordinati dal docente; in un secondo momento, sarà svolta individualmente da ciascuno studente con riga, squadra e compasso, su schede cartacee fornite dal docente, dove sono riprodotte le immagini già visualizzate sulla LIM.
<i>Fase 2</i> In classe con uso della LIM e software di geometria dinamica	Definire e dimostrare	Lavagna interattiva, software di geometria dinamica e libro di testo.	Vengono sistematizzate assieme agli studenti le proprietà geometriche incontrate precedentemente (invarianti per corrispondenze tra figure piane, proprietà dei poligoni) e si perviene alla definizione condivisa di simmetria centrale (fig. 1, alla fine del capitolo), simmetria assiale ortogonale, traslazione, rotazione, isometria diretta o inversa. Il software di geometria dinamica consentirà al docente di presentare alla classe disegni <i>ben fatti</i> di punti e poligoni che si corrispondono nelle isometrie appena definite, di visualizzarne le proprietà e le modalità di costruzione (fig. 2).

¹⁶ Di seguito indicata come LIM.

			Definizioni e disegni saranno salvati e potranno essere utilizzati per un'attività di confronto tra il linguaggio condiviso dalla classe e il linguaggio utilizzato dal libro di testo.
<i>Fase 3</i> In classe, in laboratorio con software di geometria dinamica	Costruire con riga, squadra e compasso. Costruire in ambiente di geometria dinamica.	Schede guida	Gli alunni verranno guidati nella costruzione con riga, squadra e compasso di punti e figure poligonali che si corrispondono nella trasformazione e sarà chiesto loro di ripetere individualmente la costruzione in ambiente di geometria dinamica, elencando i rispettivi comandi.
<i>Fase 4</i> In classe con uso della LIM, in laboratorio con sw di geometria dinamica	Comporre trasformazioni e verificare le proprietà delle trasformazioni composte.	Lavagna interattiva, software di geometria dinamica.	L'attività si svolgerà in classe con LIM sulla quale, utilizzando gli strumenti a corredo delle LIM (goniometro, righello) e poi il software di geometria dinamica, verranno costruite le trasformazioni composte di due o più isometrie e si verificherà che la trasformazione composta è ancora un'isometria (fig. 3; fig. 4). Seguirà poi una fase di lavoro individuale nella quale gli studenti in ambiente di geometria dinamica riprodurranno le costruzioni già effettuate in classe, elencando i comandi utilizzati.

Al termine dell'attività e seguendo un percorso di discussione guidata, il docente costruisce con gli alunni, scrivendolo sulla LIM, uno schema di sintesi, che contiene contenuti e significati condivisi, al fine di evidenziare:

- per ciascuna isometria le proprietà principali, gli invarianti e i punti uniti;
- per la composizione di due o più isometrie: se l'insieme delle trasformazioni considerate è chiuso rispetto alla composizione di trasformazioni, se valgono le proprietà commutativa e associativa, se esistono l'elemento neutro e l'elemento inverso sempre rispetto all'operazione di composizione di trasformazioni isometriche.

Tale documento sarà salvato e messo a disposizione degli studenti.

Per le classi del biennio superiore, si accennerà che l'insieme delle isometrie, munito dell'operazione di composizione, poiché verifica le tre proprietà appena citate, costituisce un gruppo abeliano rispetto alla composizione.

Valutazione

La valutazione della scelta del segmento curricolare poggia sull'importanza dei nuclei concettuali coinvolti. In riferimento alle *Indicazioni* (2007), e anche alla proposta UMI - Matematica 2001, è coinvolto il Nucleo tematico: *Spazio e figure*.

La valutazione dell'efficacia dell'azione didattica potrà avvenire tenendo presenti quattro componenti distinte che individuano la matematica come disciplina (Fandiño Pinilla, 2002):

1. apprendimento di concetti (ricerca di regolarità che preludono ai concetti di relazione e di funzione);
2. apprendimento algoritmico (conoscenza e applicazione di procedure per l'uso corretto di strumenti per il disegno, anche software, e per la costruzione di disegni geometrici);
3. apprendimento strategico (formulazione di congetture e loro verifica, strategie per la risoluzione di problemi);
4. apprendimento comunicativo (uso di un linguaggio matematico corretto, inteso come formulazione di argomentazioni e di ragionamenti, enunciazione di teoremi, costruzione di definizioni; corretta gestione delle trasformazioni tra i diversi registri semiotici, quali il registro grafico e lingua naturale).

Si tratta di valutare la *“competenza in matematica raggiunta dal singolo allievo che entra in contatto con saperi specifici che la società riconosce come base per un dignitoso ingresso nel suo interno”*¹⁷.

Collegamenti con la scuola primaria e la scuola secondaria di secondo grado

L'attività si colloca come propedeutica allo studio della geometria deduttiva nel biennio della scuola superiore. Il percorso appare, quindi, come preparatorio allo studio dei gruppi di trasformazioni nella scuola secondaria di secondo grado in un percorso che preveda l'introduzione del concetto di composizione di funzioni e di struttura algebrica di gruppo. Nel biennio della scuola secondaria di secondo grado, il quadro teorico di riferimento per lo sviluppo secondo la geometria ipotetico - deduttiva sarà scelto dal docente seguendo l'assiomatica di Euclide, di Hilbert o l'assiomatica di Choquet.

Collegamenti con altre discipline

Sono possibili collegamenti con Disegno geometrico, Storia dell'Arte, Scienze.

¹⁷ M.I. Fandiño Pinilla, *Curricolo e valutazione in matematica*, Pitagora, Bologna, 2002.

Esempio - Simmetria centrale

Figura 1 - Dal percepire al descrivere

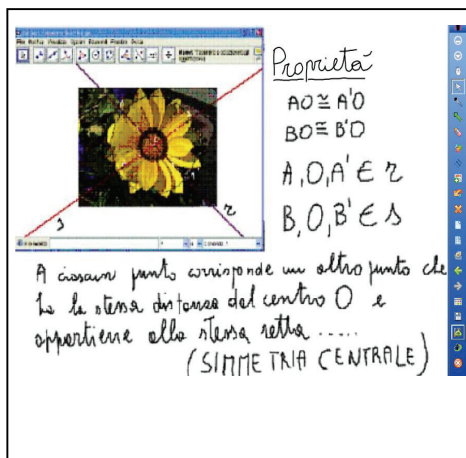


Figura 2 - Dal descrivere al rappresentare

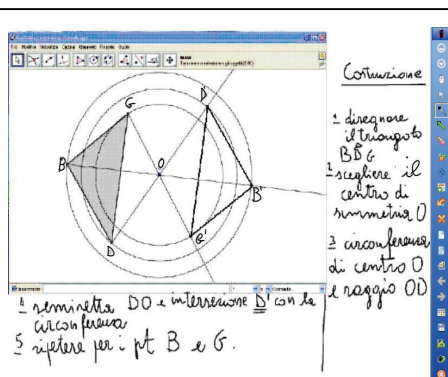


Figura 3 - Composizione di isometrie

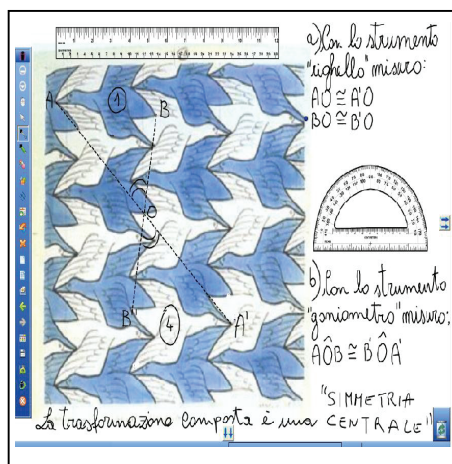
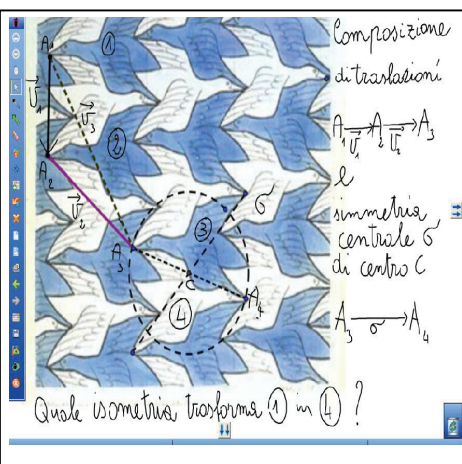


Figura 4 - Simmetria centrale come isometria composta



LA DIDATTICA LABORATORIALE: IL PROGETTO MMLAB-ER

Francesca Martignone

Università di Modena e Reggio Emilia

Introduzione

Il progetto biennale “Laboratorio delle macchine matematiche per l’Emilia Romagna” (MMLab-ER), nato dalla collaborazione tra l’Università di Modena e Reggio Emilia e la Regione Emilia-Romagna, finanziato dalla Regione Emilia Romagna, ha come obiettivo la messa a punto di un modello operativo di diffusione su scala regionale di una metodologia di attività di laboratorio di matematica che segua le indicazioni proposte dalla Commissione UMI nel progetto curricolare *Matematica per il cittadino*¹⁸. In particolare, sono state assunte come modelli originali le attività laboratoriali elaborate e condotte nel Laboratorio delle macchine matematiche di Modena. In questo capitolo verrà presentata una sintesi del progetto: dallo sviluppo delle prime fasi (a.s. 2008-09) alle attività previste per la seconda annualità (a.s. 2009-10).

Il progetto è coordinato scientificamente dal Laboratorio delle Macchine Matematiche dell’Università di Modena e Reggio Emilia¹⁹ in collaborazione con l’Associazione delle macchine matematiche. In particolare quest’ultima si è occupata della produzione delle macchine matematiche e di fornire i dati, le informazioni storiche e le animazioni virtuali di queste; appartengono all’Associazione alcuni dei formatori e tutor coinvolti nei corsi e nelle sperimentazioni del progetto.

Il Laboratorio delle macchine matematiche (MMLab)

Il Laboratorio delle macchine matematiche (www.mmlab.unimore.it), presso il Dipartimento di matematica di Modena, opera ormai da molti anni sia come centro di ricerca sui processi di insegnamento-apprendimento della matematica con l’uso di strumenti, sia come aula didattica a disposizione delle scuole

¹⁸ *Matematica 2001* - Materiali per un nuovo curriculum di matematica con suggerimenti per attività e prove di verifica (scuola primaria e secondaria di primo grado); *Matematica 2003* - Attività didattiche e prove di verifica per un nuovo curriculum di matematica (scuola secondaria).

¹⁹ Coordinatori scientifici: M. G. Bartolini e M. Maschietto; responsabili della produzione del materiale per la formazione degli insegnanti, degli incontri di formazione e del monitoraggio: R. Garuti e F. Martignone.

secondarie e dell'università²⁰. Il nome del laboratorio deriva dalla sua più importante collezione di strumenti: le macchine matematiche. Questi strumenti possono essere classificati in due grandi famiglie: le macchine geometriche e le macchine aritmetiche; rispettivamente artefatti che obbligano un punto a seguire una traiettoria o a essere trasformato secondo una legge assegnata (compassi, conicografi, prospettografi...) e artefatti che consentono di contare, eseguire calcoli e rappresentare numeri (calcolatrici meccaniche, abaci...). La maggior parte delle macchine matematiche presenti nel MMLab sono state costruite dall'Associazione delle macchine matematiche²¹ (in collaborazione con il Dipartimento di matematica di Modena con cui è convenzionata), seguendo le indicazioni riportate in testi storici appartenenti a diverse epoche (dall'antichità classica al XX secolo). La collezione delle macchine è ormai arrivata a contare più di 200 esemplari che sono utilizzati, oltre che per mostre in Italia e all'estero, a scopo didattico. La produzione, infatti, è nata, e continua tutt'oggi, per offrire la possibilità ad insegnanti e studenti di 'fare matematica' attraverso l'osservazione, la manipolazione e l'analisi di artefatti, appartenenti alla fenomenologia della storia della matematica, che incorporano proprietà e leggi matematiche.

Il progetto MMLab-ER

Il primo passo del progetto è stato la creazione nelle province di Piacenza e Rimini di due aule attrezzate, sul modello del laboratorio delle macchine matematiche di Modena, con una cospicua collezione di macchine matematiche e con tavoli, sedie e lavagne per permettere la realizzazione di sessioni di laboratorio con gli studenti. Questi due laboratori sono stati allestiti all'interno del Centro pedagogico per l'integrazione di servizi "O. Belluzzi" di Rimini e del Centro di documentazione educativa "ISII G. Marconi" di Piacenza.

Contemporaneamente alla costruzione delle macchine matematiche per i nuovi laboratori, è iniziata la produzione di materiali formativi per gli insegnanti coinvolti nel progetto nelle diverse sedi. Tutti gli strumenti, infatti, per essere efficaci nella pratica didattica, devono trovare docenti in grado di seguire gli allievi nella consapevolezza al loro utilizzo e di approntare le strategie didattiche adeguate alla loro implementazione.

²⁰ Lo staff del MMLab in collaborazione con l'Associazione delle macchine matematiche organizza e gestisce sessioni di laboratorio per gruppi di studenti italiani e stranieri che vengono a visitare il Laboratorio: www.mmlab.unimore.it/online/Home/VisitealLaboratorio.html.

²¹ <http://associazioni.monet.modena.it/macmatem/>.

La formazione dei docenti

Per questo motivo, la seconda fase del progetto ha previsto la formazione di insegnanti (principalmente di scuola secondaria di primo e secondo grado, ma anche della primaria e dei professionali) che potessero utilizzare le risorse presenti nei laboratori di Piacenza e Rimini.

Le risorse utilizzate per la formazione degli insegnanti sono state create appositamente per il progetto regionale a partire dai materiali didattici prodotti nel corso degli ultimi anni nel MMLab e utilizzando le ricerche nazionali ed internazionali sull'uso di strumenti nei processi di apprendimento e insegnamento della matematica (Bartolini Bussi, Mariotti, 2009; Bartolini Bussi, Maschietto, 2006; Martignone, Antonini, 2009; Maschietto, Martignone, 2009). Negli incontri di formazione sono state svolte attività che permettessero agli insegnanti di esplorare e analizzare le macchine matematiche, per poi poter analizzare e discutere esempi di percorsi didattici di breve e lungo termine²². I materiali prodotti per questi incontri sono stati: presentazioni PowerPoint, schede di lavoro, percorsi didattici e supporti per la progettazione delle sperimentazioni e per la successiva raccolta della documentazione²³.

La metodologia del laboratorio

È importante sottolineare che la metodologia laboratoriale proposta in questi incontri, e poi seguita nelle successive sperimentazioni in classe, si fonda sulla seguente idea: *“L'ambiente del laboratorio di matematica è in qualche modo assimilabile a quello della bottega rinascimentale, nella quale gli apprendisti imparavano facendo e vedendo fare, comunicando fra loro e con gli esperti”* (Matematica 2003). Per questo, il *laboratorio di matematica* non deve essere inteso solo come lo spazio fisico in cui vengono sviluppate pratiche didattiche basate sull'uso di specifiche tecnologie, ma piuttosto come una metodologia didattica.

Le sperimentazioni

La fase di formazione degli insegnanti è stata seguita, già nella fine dell'anno scolastico 2008-09, dallo svolgimento di attività laboratoriali con gli

²² Sono stati proposti i percorsi: “Il compasso e la riga nelle costruzioni geometriche”, “Il pantografo per la simmetria assiale e per lo stiramento”, “Dalla circonferenza all'ellisse”, “Pantografi per la simmetria centrale e per l'omotetia”, “Esploriamo e costruiamo il pantografo di Scheiner” (sito: www.mmlab.unimore.it/online/Home/ProgettoRegionaleEmiliaRomagna.html).

²³ Tutti questi materiali sono stati messi a disposizione sul sito web del MMLab nella sezione dedicata al progetto regionale e nei siti web dei due centri che ospitano i due nuovi laboratori delle macchine.

studenti²⁴. Queste prime sperimentazioni sono consistite in parte nella messa in atto dei percorsi proposti durante i corsi di formazione, in parte in una rielaborazione di questi, mantenendo però sempre alcune linee guida metodologiche: l'attenzione allo svolgimento delle fasi cruciali da affrontare durante le attività con le macchine (*esplorazione* di come è fatta la macchina, *scoperta* che cosa fa e *dimostrazione* di perché lo fa); l'organizzazione di attività di gruppo; lo svolgimento di discussioni di bilancio orchestrate dall'insegnante; la richiesta agli studenti di produrre testi scritti (sia descrittivi, sia argomentativi).

Documentazione: il diario di bordo

Per quanto riguarda la documentazione delle sperimentazioni, oltre alla raccolta dei protocolli prodotti dagli studenti e alle registrazioni, agli insegnanti è richiesto di compilare un 'diario di bordo' che contenga le seguenti informazioni: esplicitazione degli obiettivi delle attività e dei contenuti matematici in gioco; descrizione della metodologia seguita e delle diverse fasi dell'esperienza svolta; analisi degli elaborati degli studenti (prodotti singolarmente, in gruppo o collettivamente); osservazioni sulle potenzialità e i limiti delle attività e sui risultati ottenuti; osservazioni sul ruolo svolto dagli strumenti e dall'insegnante.

Questo diario di bordo, oltre ad essere un supporto per l'insegnante nella fase di progettazione e svolgimento delle attività laboratoriali, a posteriori diventa uno strumento per condividere il proprio lavoro con gli altri insegnanti e i ricercatori coinvolti nel progetto. I primi risultati delle sperimentazioni sono stati raccolti proprio attraverso i vari diari di bordo e le prime analisi di questi hanno messo in luce le forti potenzialità didattiche delle attività svolte: infatti, esse si sono rivelate efficaci non solo per introdurre ed elaborare nuovi concetti matematici o per reinvestire competenze e conoscenze legate alla geometria euclidea, ma anche per stimolare e sviluppare la discussione e la produzione di argomentazioni in studenti di diversi ordini e gradi.

Attività previste per la seconda annualità del progetto

Nell'anno scolastico 2009-10 vengono organizzati diversi incontri nelle sedi di Piacenza e Rimini per progettare, insieme ai formatori e ai tutor incaricati di seguire le sperimentazioni²⁵, le attività future: le sperimentazioni, infatti,

²⁴ Per svolgere le attività anche nelle classi, i laboratori hanno organizzato un sistema di prestito delle macchine per gli insegnanti.

²⁵ I formatori e i tutor della prima annualità sono: S. Cennamo, R. Falcade, N. Nolli, L. Resta, C. Tirelli, M. Turrini, C. Zanolli.

saranno implementate e ripetute nei prossimi anni sia dagli insegnanti che sono stati coinvolti in questo primo anno del progetto, sia da insegnanti che verranno formati nelle nuove sedi. Il progetto si espanderà poi a due nuove province (Bologna e Ravenna) seguendo le stesse fasi svolte nelle sedi di Piacenza e Rimini: allestimento delle aule attrezzate, formazione degli insegnanti e svolgimento di sperimentazioni. Infine nella provincia di Modena, oltre a continuare le attività di aula didattica del MMLab, saranno attivati corsi di formazione e attività di prestito delle macchine per le sperimentazioni in classe.

Al termine del progetto sarà organizzato un evento finale in cui saranno presentate le attività svolte nei due anni di lavoro e le loro ricadute sul territorio: in particolare le attività legate alle nuove sedi decentrate del Laboratorio delle Macchine Matematiche e le sperimentazioni svolte dagli insegnanti coinvolti nel progetto.

Bibliografia

- Bartolini Bussi M.G., Mariotti M.A., *Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij*, in "L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate", vol. XXXII A-B n. 3, 2009.
- Bartolini Bussi M.G., Maschietto M., *Macchine matematiche: dalla storia alla scuola*, Collana Convergenze, Springer, Milano, 2009.
- Martignone F., Antonini S., *Exploring the Mathematical Machines for geometrical transformations: a cognitive analysis*, PME33, Thessaloniki, 2009.
- Maschietto M., Martignone F., *Attività con le Macchine Matematiche*, in "L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate", vol. XXXII A-B n. 3, 2009.

QUANDO LA SCUOLA FA RICERCA: IL PROGETTO EM.MA.²⁶

Rossella Garuti

Dirigente scolastico, Modena

Nell'anno scolastico 2008-09 l'Ufficio Scolastico Regionale per l'Emilia-Romagna (USR E-R) ha promosso un progetto di ricerca-azione rivolto ai docenti di matematica del primo ciclo della regione. Perché questo progetto? E perché la matematica? Le rilevazioni sui livelli di apprendimento dei quindicenni (PISA, 2006), gli esiti della prova nazionale INValSI strutturata nell'ambito degli esami di licenza media (legge 176/2007), le risultanze di numerose indagini svolte a livello regionale, attestano una palese criticità nelle competenze degli allievi della nostra scuola nel campo degli apprendimenti, in particolare quelli matematici. L'obiettivo principale del progetto era quello di sensibilizzare personale docente interessato rispetto a questa situazione, per favorire l'adozione di coerenti strategie didattiche (rinnovamento dei metodi di insegnamento, analisi delle modalità di valutazione, eventuali iniziative di recupero, messa a punto di curricoli disciplinari coordinati, ecc.). Sono, pertanto, stati coinvolti nel progetto tutti i docenti di matematica delle ultime classi (4^a e 5^a) della scuola primaria e tutti i docenti di matematica della scuola secondaria di primo grado della regione.

L'organizzazione di EM.MA.

Il progetto EM.MA. ha coinvolto:

- 30 *formatori-tutor senior* di matematica, allo scopo di sostenere l'insieme delle iniziative;
- 9 *tutor del progetto ministeriale m@t.abel*, uno per provincia, in modo da mantenere un collegamento fra progetti;
- *docenti-tutor junior* individuati in ogni istituzione scolastica: 1 per la scuola elementare, di classe 4^a o 5^a, e 2 per la scuola media (3 in caso di istituto comprensivo), opportunamente formati attraverso incontri provinciali.

Sono stati effettuati due seminari a *livello regionale* rivolti ai tutor senior, ai tutor *m@t.abel* e ai referenti degli uffici scolastici provinciali; in ogni *provincia* 4 seminari di sensibilizzazione per i docenti tutor junior per l'organizzazione delle

²⁶ L'acronimo del Progetto EM.MA. - EMERGENZA MATEMATICA è un omaggio alla professoressa Emma Castelnuovo, nota insegnante di matematica e riferimento culturale per moltissimi insegnanti di matematica del nostro paese.

azioni da sviluppare all'interno delle scuole; in ogni *istituzione scolastica* i tutor junior sono stati incaricati – d'intesa con il dirigente scolastico – di programmare e realizzare almeno 2 incontri di sensibilizzazione sulla didattica della matematica. L'obiettivo delle diverse iniziative (regionali, provinciali, di rete, di scuola) è stato riflettere sulle difficoltà di apprendimento in matematica che si riscontrano fin dagli ultimi anni del primo ciclo, a partire dall'analisi delle prove di valutazione internazionale (PISA, TIMMS) e nazionale (Prova INValSI di fine primo ciclo, altri strumenti di rilevazione), dal rapporto tra quadri di riferimento sottesi alle prove e metodi di insegnamento, alla luce delle *Indicazioni per il curricolo*.

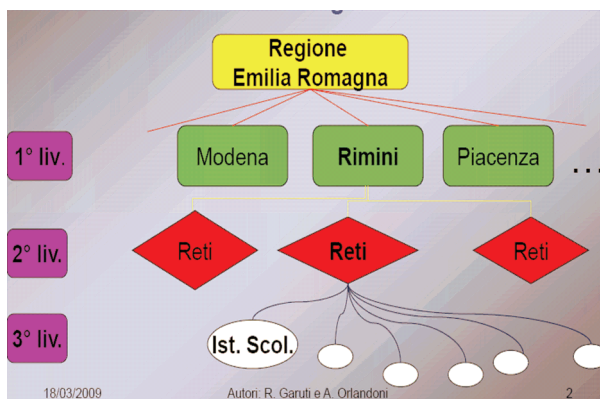
I livelli di intervento

Per quanto riguarda le sedi decisionali e l'organigramma:

- a *livello regionale* (USR) è stato costituito uno staff di progetto²⁷ (gruppo di pilotaggio), con la responsabilità della supervisione complessiva del progetto, sotto il profilo scientifico ed organizzativo;

- a *livello provinciale* (USP) è stato attivato un presidio matematico in ogni provincia (che, in linea di massima, coincide con l'istituto scolastico a suo tempo individuato quale scuola sede presidio M@t.abel), con il compito di dare impulso alle azioni territoriali; ogni staff provinciale (referente USP, tutor senior e tutor M@t.abel) doveva organizzare e assicurare la gestione degli interventi nei due seminari provinciali e nei 2 seminari per ogni rete sub provinciale e svolgere funzioni di tutorato nei confronti dei tutor-junior;

- a *livello sub-provinciale* è stata strutturata (o confermata) un'articolazione in reti delle scuole del primo ciclo (elementari e medie) al fine di programmare iniziative seminariali sub-provinciali, in raccordo con le iniziative formative per le *Indicazioni* (2007);



²⁷ Il gruppo di pilotaggio regionale era coordinato dal Dirigente tecnico Giancarlo Cerini e formato da Anna Maria Benini (Dirigente tecnico), Lorena Pirani (segreteria), Domenico Altamura (Dirigente scolastico), Rossella Garuti (Dirigente scolastico), Claudio Massa (docente), Aurelia Orlandoni (ANSAS, ex IRRE-ER), Maria Giovanna Papoff (docente).

- a *livello di singola scuola* è stato individuato un piccolo staff (tutor junior), che ha partecipato ai seminari provinciali e sub-provinciali ed ha animato poi all'interno dell'istituto di appartenenza alcune situazioni di informazione, sensibilizzazione, ricerca (due eventi), d'intesa con il dirigente scolastico.

La documentazione prodotta

Uno dei problemi che ci si è trovati subito ad affrontare è stato quella dell'uniformità sul territorio delle diverse iniziative: per quanto calate in realtà territoriali diverse, gli incontri e le azioni messe in atto nelle scuole dovevano essere abbastanza uniformi. Per questo motivo sono stati predisposti materiali in formato PowerPoint²⁸, che sono stati presentati nel primo seminario regionale e che poi i tutor senior avrebbero utilizzato e modificato secondo le esigenze delle loro realtà. Ad ogni tutor senior è stato inoltre fornito un CD contenente materiali di approfondimento. Tutte le presentazioni sono state messe a disposizione on-line nei siti istituzionali dedicati. I materiali dei seminari regionali e provinciali riguardano i seguenti aspetti:

- quale concetto di matematica emerge dalle *Indicazioni* (2007), dai curricula UMI (Unione Matematica Italiana)?
- quale idea di matematica scaturisce dalle rilevazioni internazionali (OCSE-PISA) e nazionali (INValSI)?
- quali riflessioni scaturiscono dall'analisi dei quesiti e qual è la loro ricaduta sulla pratica didattica?
- quali informazioni ci danno i risultati delle rilevazioni nazionali e internazionali? quali suggerimenti per la prassi didattica?

Nel CD sono presenti molti materiali di approfondimento che i tutor senior e junior hanno potuto utilizzare: quadri di riferimento delle principali rilevazioni internazionali e nazionali, compendio delle prove PISA rilasciate, prove TIMSS-IEA rilasciate, quesiti INValSI delle rilevazioni passate.

Alcuni esempi di attività nelle diverse province

Un aspetto molto interessante di questo progetto, per certi versi inaspettato, è stata la grande varietà di azioni messe in atto nelle diverse reti di istituzioni scolastiche coinvolte, pur all'interno di un quadro abbastanza uniforme. In molte scuole o reti di scuole i docenti hanno avviato attività di vera e propria ricerca-azione. Riportiamo alcuni esempi di attività, consapevoli di lasciarne fuori molte altre altrettanto interessanti: la mole di materiale prodotto è stata imponente.

²⁸ I materiali regionali del progetto EM.MA. sono disponibili sul sito dell'USR www.matematicainsieme.it

Attività in classi parallele a partire da quesiti particolari

Nella prova nazionale del 2008 un quesito in particolare era andato piuttosto male su tutto il territorio nazionale.

C5 - In ottobre un maglione costa 100 euro. Prima di Natale il suo prezzo è aumentato del 20%. Nel mese di gennaio, con i saldi, il costo del maglione è ribassato del 10% rispetto al prezzo natalizio. Quale affermazione è vera?

- A. Il maglione in gennaio ha un costo pari a quello di ottobre.
- B. Il maglione in gennaio ha un costo maggiore rispetto a quello di ottobre dell'8%.
- C. Il maglione in gennaio ha un costo inferiore rispetto a quello di ottobre del 10%.
- D. Il maglione da ottobre a gennaio ha subito un rincaro del 10%.

Il quesito è interessante perché non si chiede semplicemente di saper calcolare una percentuale ma di cogliere il *significato di percentuale*; era abbastanza prevedibile che gli studenti avrebbero calcolato la differenza fra le percentuali. La domanda, che gli insegnanti dovrebbero porsi è: quanto lavoro facciamo in classe di riflessione sui significati di importanti concetti matematici come quello di percentuale, o di rapporto?

I risultati sono abbastanza preoccupanti:

- Il 15,2% ha risposto correttamente;
- Il 59,5% ha risposto *“il maglione da ottobre a gennaio ha subito un rincaro del 10%”* facendo la differenza fra le due percentuali;
- Il 18,8% ha risposto *“il maglione in gennaio ha un costo inferiore rispetto a quello di ottobre del 10%”* anche in questo caso gli studenti hanno fatto la differenza fra le percentuali;
- Il 4,3% non ha risposto.

In diverse classi lo stesso quesito è stato sottoposto alla classe nel seguente modo²⁹: una parte della classe ha avuto il quesito nella versione proposta sopra (scelta multipla) e l'altra parte della classe ha avuto il quesito in forma aperta:

In ottobre un maglione costa 100 euro. Prima di Natale il suo prezzo è aumentato del 20%. Nel mese di gennaio, con i saldi, il suo prezzo si è abbassato del 10 % rispetto al prezzo natalizio. Marco compra il maglione a gennaio, cosa possiamo dire del prezzo che ha pagato?

I risultati sono poi stati oggetto di discussione in classe: il quesito nella forma aperta è risultato più facile rispetto a quello a scelta multipla. È stata un'occasione per riflettere sul significato di percentuale e sugli errori degli studenti.

²⁹ Da un racconto di Stefania Neri (tutor senior) della provincia di Forlì-Cesena.

Attività in classi di ordini diversi sugli stessi quesiti

In scuole di ordini diversi (primaria e secondaria di primo grado) è stato dato lo stesso quesito dalla 3a classe di primaria alla 2a classe di secondaria di primo grado, con la richiesta esplicita di spiegare la soluzione.

Uno dei quesiti scelti è tratto dall'indagine OCSE-PISA³⁰.

Maria abita a due chilometri di distanza dalla scuola, Martina a cinque. Quanto abitano lontane Maria e Martina l'una dall'altra? Giustifica la tua risposta.

Il quesito riguarda l'ambito "Spazio e figure". I docenti prima di sottoporlo agli allievi ne hanno fatto un'analisi a priori cercando di individuare quali competenze erano necessarie agli allievi per risolvere il quesito. È questa una buona pratica, in quanto per poter valutare correttamente è bene aver chiaro cosa si chiede agli allievi. Questa la scaletta predisposta dai docenti che hanno preso parte all'attività:

- *decodifica del testo;*
- *individuazione di dati mancanti nel testo di un problema;*
- *capacità di visualizzazione spaziale, collocazione spaziale e orientamento;*
- *individuazione di elementi geometrici (distanza come segmento; triangolo come oggetto geometrico individuato da tre punti; circonferenza come luogo dei punti equidistanti da un punto dato);*
- *rappresentazione grafica della situazione;*
- *capacità di identificare problemi con soluzioni multiple;*
- *capacità di individuare e descrivere un intervallo numerico;*
- *modellizzazione di una situazione-problema;*
- *misura di segmenti.*

Inoltre i docenti hanno cercato di individuare a priori le possibili risposte degli allievi, attraverso un'analisi preventiva del problema. Nella soluzione di questo quesito il vero ostacolo è rappresentato dal fatto che la soluzione non è unica, come invece spesso accade nei problemi che si propongono in classe.

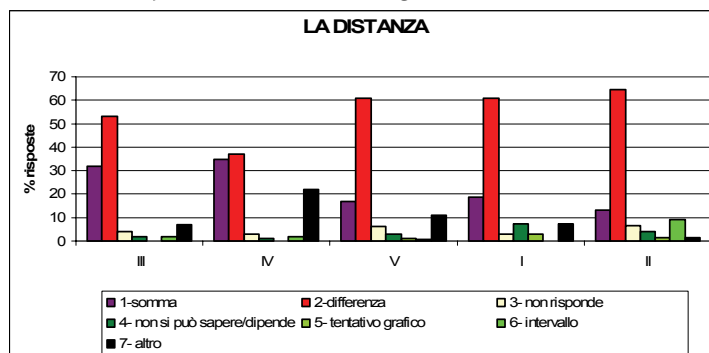
I docenti hanno ipotizzato che gli allievi avrebbero risposto nel seguente modo a seconda della rappresentazione che si facevano del problema:

- $5 + 2 = 7$ (somma delle distanze fra le due abitazioni);
- $5 - 2 = 3$ (differenza tra le distanze delle due abitazioni);
- nessuna risposta;
- non si può sapere, dipende...";
- tentativo di risoluzione grafica inesatto;
- qualunque valore tra 3 e 7 (soluzione aritmetica, geometrica o rappresentazione dell'intervallo con i simboli di maggiore, minore, uguale);
- altre risposte divergenti.

³⁰ Dalla presentazione di Paola Veronesi (tutor senior) al seminario provinciale di Modena

Il quesito è stato proposto in un istituto comprensivo alle classi 3a, 4a e 5a di scuola primaria e alle classi 1ª e 2ª di scuola secondaria di I grado. Il campione della sperimentazione è stato di 26 classi (20 di scuola primaria e 6 di secondaria) per un totale di 570 alunni (425 della scuola primaria e 145 della secondaria).

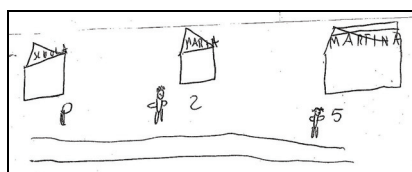
Figura 1 - I risultati del quesito, tratto dall'indagine OCSE-PISA



Da un punto di vista quantitativo questi sono stati i risultati. In 3ª e 4ª elementare prevalgono strategie legate alla somma e alla differenza. In 5ª elementare e 1ª e 2ª media strategie legate alla differenza. Le risposte (4, 5 e 6) che possono indicare l'abbandono delle strategie risolutive tipiche del modello lineare sono rarissime.

Interessante è stata l'analisi qualitativa che i docenti hanno fatto sui protocolli degli studenti.

a) Rappresentazioni di alunni di 5ª elementare legate al modello lineare dove in un caso la scuola viene immaginata fra le abitazioni di Maria e Martina e quindi ne deriva una strategia che porta alla somma delle distanze, mentre nell'altro caso la scuola è collocata ad un'estremità del modello lineare e ne deriva una strategia che comporta la differenza fra le distanze.

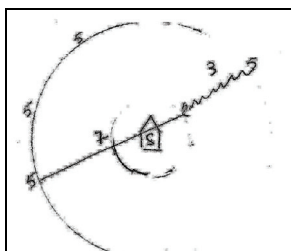


b) Alcune risposte verbali più avanzate mettono in luce la difficoltà del problema:

“Non si può misurare la distanza, perché dovrebbe essere scritta la posizione, se non si sa dov'è la casa non si può misurare...”; *“Maria e Martina abitano a 3 km di*

distanza. Maria e Martina abitano a 7 km di distanza. Ho scelto queste due risposte perché secondo me sono corrette tutte e due”; “Abitano lontane fino a 7 chilometri”. “Non si può sapere perché Martina può essere distante dalla scuola cinque chilometri in tutte le direzioni. Non sappiamo da che parte è rispetto a Maria”.

Solo quattro studenti individuano l’intervallo corretto delle soluzioni e solo uno ne fornisce una giustificazione grafica:



I docenti hanno poi analizzato i protocolli, andando a vedere l’evoluzione del modello bidimensionale dalla 3^a elementare alla 2^a media. Queste le loro conclusioni:

- l’evoluzione verso risposte che adottano un modello bidimensionale è positiva dalla 3^a elementare alla 2^a media, ma ancora troppo limitata;
- I tentativi di modellizzazione geometrica sono rari e spesso ‘ingenui’ (prevale ancora il ‘disegno’ sul ‘modello’);
- L’idea di una possibile molteplicità di soluzioni di un problema (o di un intervallo di soluzioni possibili) è praticamente assente nella cultura scolastica dei nostri alunni.

L’attività che ho brevemente descritto supera di molto gli obiettivi di sensibilizzazione del progetto EM.MA., infatti in questo esempio il gruppo di docenti ha sperimentato e portato avanti una complessa attività di ricerca sul campo. Molti altri quesiti sia PISA sia INValSI sono stati utilizzati in questo modo³¹.

Analisi degli errori e successiva semplificazione dei quesiti proposti³²

In un’altra rete di scuole si è analizzata la tipologia di errori degli studenti e convenuto di modificare di conseguenza il quesito proposto. Il quesito scelto è stato tratto dalla Prova nazionale di fine primo ciclo del 2008 e riguarda un tipico problema dell’ambito “Numeri”.

³¹ Si vedano in particolare le presentazioni di Franca Ferri e Luciana Boldrini (tutor senior) della provincia di Modena.

³² Dalla presentazione di Matteo Angelillis (tutor senior) della provincia di Modena.

C10 - Una bottiglia di vetro, che pesa 260g. contiene 350 g di succo di frutta, mentre una bottiglia di vetro, che vuota pesa 320g., ne contiene 700g.

Quanto vetro si risparmia confezionando 6 bottiglie da 700g invece che 12 da 350g.?

Risposta _____

Scrivi il procedimento che hai seguito.

Il quesito ha creato non poche difficoltà agli studenti, infatti è stato svolto correttamente solo dal 20,9% degli studenti italiani (21,5% in Emilia-Romagna). Le omissioni sul procedimento sono state, come sempre, molto elevate.

Perché i docenti hanno scelto questo quesito? Ecco quanto da loro dichiarato nel seminario provinciale di restituzione.

“È stato scelto il nucleo del Numero, legato all’analisi e soluzione di situazioni problematiche, poiché:

- 1. le difficoltà maggiori sono risultate quelle collegate alla comprensione/analisi di una situazione problematica e successiva argomentazione della procedura risolutiva attuata;*
- 2. il metodo della didattica per problemi consente agli allievi di imparare a risolvere, con gradualità, problemi sempre più complessi permettendo loro di acquisire abilità cognitive di livello elevato”.*

Come hanno operato i docenti coinvolti?

- Analisi a priori del problema, cercando di individuare i possibili errori e difficoltà che gli studenti a loro avviso avrebbero incontrato nella risoluzione.
- Costruzione di una griglia di analisi degli elaborati degli studenti.

La tabulazione dei dati è stata effettuata secondo questo schema:

Quanti alunni hanno saputo tradurre graficamente il problema?

Quanti alunni hanno trovato la soluzione?

Quanti alunni non hanno affrontato la richiesta?

Quante sono state le difficoltà legate al calcolo?

Quante sono state le difficoltà inerenti la comprensione del testo?

Quali sono le difficoltà emerse nello svolgimento di questa situazione problematica?

Si è ritenuto utile concludere la scheda con alcune richieste relative alle difficoltà incontrate, per raccogliere le percezioni e le opinioni degli studenti in merito ai quesiti presentati.

- Prova sul campo del quesito (8 classi prime di scuola secondaria di I grado, 157 studenti).
- Tabulazione dei risultati secondo la griglia stabilita sopra, da cui emerge che appena il 26,8% degli alunni ha saputo tradurre graficamente il problema. Solo il 31,8% ha trovato la soluzione e il 44,6% ha evidenziato difficoltà relative alla comprensione del testo.

- Individuazione di strategie didattiche per il superamento degli ostacoli incontrati.

Al di là del percorso individuato da questi docenti è molto interessante e, a mio avviso importante, l'atteggiamento di 'ascolto' col quale i docenti si sono posti nei confronti degli studenti.

I docenti hanno sottolineato due elementi che potevano essere utili per il superamento delle difficoltà nella risoluzione dei problemi:

- a) la semplificazione del testo del problema;
- b) la discussione collettiva delle procedure adottate dagli allievi, con particolare attenzione a quelle strategie che avevano messo in campo delle rappresentazioni grafiche del problema stesso.

La semplificazione del problema

Per quanto riguarda il primo punto: è stata predisposta una semplificazione del quesito somministrato, al fine di valutare la 'distanza' dello studente dallo standard di competenza richiesto dalla prova. Se l'alunno riesce a risolvere il quesito modificato, tale 'distanza' dovrebbe essere superabile attivando opportune attività di consolidamento; in caso contrario sarà necessario mettere in atto ulteriori attività di accertamento del livello.

Le semplificazioni proposte hanno avuto la finalità di permettere agli studenti di arrivare gradualmente alla risposta esatta oppure di creare un contesto più familiare al loro vissuto mediante una riformulazione del problema o con l'ausilio di immagini. Tutti gli alunni hanno modo di 'controllare' in un contesto più semplice l'esattezza della risposta data in precedenza (quesito 'originale'), eventualmente auto-correggendosi. Da una parte, quindi, è stato incentrato il lavoro per rendere un problema accessibile al trattamento matematico, dall'altra è stato conformato il lavorare matematicamente con un modello.

Per il quesito sui succhi di frutta sono stati adottati alcuni criteri per la semplificazione in ordine alle difficoltà incontrate dai ragazzi:

- *'Controllare' il testo* nella sua formulazione compatta.


Per ridimensionare questo fattore è stata affiancata una rappresentazione iconica, inoltre è stata esplicitata la relazione tra le capacità delle bottiglie.

- *Esplicitare il procedimento seguito.*


Per questo motivo la consegna originaria è stata sostituita con quella che richiede in pratica di scrivere le 'rispostine'.

Ecco come il quesito è stato modificato:



Una semplificazione del quesito C10



La bottiglia di vetro A,
vuota pesa 260g



La bottiglia di vetro B,
vuota pesa 320g


=


1 bottiglia di tipo B contiene
come 2 bottiglie di tipo A

Quanti g di vetro in meno servono se si usano 6 bottiglie tipo B invece di 12 bottiglie di tipo A?
Risolvi il problema e, in ogni passaggio, scrivi a fianco cosa hai trovato.

Queste le considerazioni finali degli insegnanti.

Risultati positivi

Il consistente incremento di risultati positivi conseguente alla semplificazione di alcuni quesiti della secondaria, ha dato agli insegnanti l'opportunità di appurare che un discreto numero di studenti non è molto distante dallo standard richiesto. Questa fascia, con un'attività di consolidamento, dovrebbe potere accedere alle competenze richieste.

Difficoltà

Un quesito semplificato, proposto nella secondaria, ha fatto registrare un consistente decremento di risposte corrette. In questo caso, la semplificazione inaspettatamente 'fallita', ha confermato la necessità di testare e sperimentare le proposte degli stessi insegnanti.

La discussione matematica

Per quanto riguarda il secondo punto, la discussione matematica, ecco le riflessioni dei docenti:

"Il problema non è stato imposto, in modo direttivo, ma è stato discusso e condiviso dal gruppo classe. Il docente ha assunto la funzione di guida metodologica, di assistenza e di consulenza per ciascun allievo o per il gruppo di alunni impegnato nella soluzione del problema. Il docente ha svolto le funzioni di tutor. Durante la discussione didattica sono emersi alcuni aspetti che potrebbero condizionare la risoluzione del problema:

- *il tempo è veramente un fattore importante per riuscire a risolvere un problema?*
- *l'attenzione nel calcolo: occorre abituare all'idea che anche questioni di calcolo possono essere oggetto di ragionamento;*
- *la lettura del testo: c'è coincidenza tra facile da capire e facile da risolvere? non è il testo che fa il problema, il problema è un complesso vasto ed articolato, ricco di insidie...;*

- *difficoltà logiche a trasferire in un contesto extrascolastico la richiesta di andare al supermercato e scegliere una delle due confezioni".*

*Costruzione di prove di valutazione*³³

In una provincia i docenti si sono impegnati nella costruzione di prove di simulazione dei quesiti INValSI, avente come scopo non tanto l'analisi dei risultati di questa prova, ma l'occasione di incontro fra docenti di ordini di scuola diversi (primaria e secondaria di primo grado). La tanto decantata continuità verticale troppo spesso è solo un'illusione, anche laddove sono presenti da anni gli istituti comprensivi. In questo caso l'obiettivo era quello di lavorare insieme, di condividere scelte didattiche legate a contenuti 'irrinunciabili', e soprattutto quello di conoscersi e riconoscersi fra docenti.

Questo il percorso elaborato dai docenti di questa provincia³⁴:

- *costruzione di una prova simile alla IV prova nazionale;*
- *proposta di una prova d'ingresso provinciale alla secondaria di I grado;*
- *progettazione di percorsi verticali;*
- *attivazione di percorsi formativi all'interno degli istituti;*
- *elaborazione di prove in uscita dalla scuola primaria.*

Queste le motivazioni al percorso:

- *elaborare item non per stabilire una graduatoria di scuole, ma per preparare i ragazzi a una prova standard che comunque dovranno affrontare;*
- *promuovere un'occasione di confronto per gli insegnanti;*
- *riflettere sui risultati per riprendere gli errori in vista della prova di giugno;*
- *analizzare ulteriormente gli errori più frequenti per una correzione metodologica nostra, a breve termine, sulla stessa classe.*

Più che le dichiarazioni di intenti è illuminante una frase di un insegnante al seminario provinciale conclusivo: *"ci siamo incontrati fra docenti [intendendo docenti di ordini di scuola diversi] per la prima volta in modo pacifico!"*.

Riflessioni conclusive

I 'numeri' del progetto

Qualche numero relativo al coinvolgimento nella regione è utile per dare il senso del lavoro svolto.

Partecipanti: oltre il 90% delle 380 istituzioni scolastiche della regione:

- circa 50 fra tutor senior e tutor M@t.abel;
- circa 900 docenti tutor junior;

³³ Dalla presentazione del nucleo di lavoro della provincia di Piacenza.

³⁴ Per i materiali, cfr. sitografia.

- circa altri 4.500 docenti coinvolti dai tutor junior nelle loro scuole.

Incontri regionali: 2; incontri provinciali: 18; incontri di rete: circa 70 (35 reti per due incontri); incontri di scuola: generalmente 2 per scuola

Cosa si è fatto nelle scuole:

- analisi e rielaborazione di prove;
- modifica e produzione di item;
- prove sul campo: in uscita dalla scuola primaria, in ingresso nella secondaria e in uscita dalla secondaria;
- prove sul campo in verticale (la stessa prova, opportunamente adattata, in classi della primaria e della secondaria);
- analisi di item e prove dal punto di vista degli errori in relazione alle prassi didattiche;
- riflessione sulle metodologie.

Obiettivi raggiunti:

- reti come risorsa (per la cooperazione fra diversi ordini scolastici dello stesso bacino e per ampliare il coinvolgimento dei docenti);
- consapevolezza della verticalità degli apprendimenti e trasversalità delle competenze;
- primo livello di analisi del problema dell'insegnamento-apprendimento della matematica, a partire dagli esiti delle valutazioni esterne.

Punti di forza di EM.MA.

- continuità verticale intesa come incontro tra insegnanti;
- docenti tutor (senior e junior) con ruolo e compiti chiaramente definiti;
- tutor M@at.abel come supporto, anche in vista del biennio delle superiori);
- tema circoscritto: analisi prove di valutazione (INVALSI, PISA, TIMSS,...) per riflettere sugli errori, individuare stereotipi, misconcetti e difficoltà, con particolare attenzione allo sviluppo verticale;
- coinvolgimento degli USP: il loro ruolo è stato fondamentale per la tenuta 'istituzionale' del progetto;
- coinvolgimento diretto dell'USR (coordinamento dei Dirigenti tecnici G. Cerini e A. M. Benini) che hanno tenuto i rapporti con gli USP;
- organizzazione 'prussiana' del progetto;
- lo staff regionale ha predisposto lo schema organizzativo e tutte le slides per il primo seminario provinciale (che sono poi state rielaborate e adattate a livello territoriale) e materiali per i seminari di rete, rendendole disponibili su un sito di lavoro;

- in ogni provincia si è creato un gruppo di lavoro radicato nel territorio e collegato ai docenti referenti delle istituzioni scolastiche, che rappresentano un valore aggiunto da non disperdere

Punti di debolezza di EM.MA.:

- periodo scolastico della realizzazione del progetto (marzo-maggio): sarebbe stato meno faticoso da realizzare nel primo quadrimestre;
- tempi di lavoro dei docenti: sono stati molto più ampi del previsto!
- rischio di insegnare per addestrare gli studenti ai test (deve essere ben chiaro e continuamente condiviso l'obiettivo del progetto)
- scarso coinvolgimento dei dirigenti scolastici, specie se di istituzioni scolastiche diverse (primaria e secondaria di primo grado).

Il futuro del progetto: richieste e prospettive

Nel seminario di chiusura sono emerse diverse riflessioni dai tutor senior legate all'importanza di sviluppare un curriculum verticale anche come occasione di incontro fra docenti e di maggiore attenzione agli aspetti metodologici dell'apprendimento-insegnamento della matematica.

Ecco alcune delle parole chiave:

- didattica 'lunga';
- didattica laboratoriale;
- *come* insegnare e *come* imparare contrapposte a *cosa* insegnare e a *cosa* imparare;
- attenzione ai contesti legati alla realtà dei ragazzi;
- attenzione a favorire e forzare momenti di riflessione sulle strategie ad esempio di risoluzione di problemi;
- attenzione agli errori degli studenti;
- attenzione agli aspetti legati alla verbalizzazione (scrittura di procedimenti, formulazione di ipotesi, narrazioni, ecc.);
- attenzione a momenti di discussione collettiva.

Per quanto riguarda il futuro del progetto tutti gli insegnanti coinvolti hanno richiesto di continuare il lavoro, anche per non disperdere il patrimonio di relazioni e competenze create. In particolare si sente la necessità di focalizzare il lavoro su alcuni aspetti dell'insegnamento-apprendimento della matematica considerati dagli insegnanti più difficili:

- aspetti legati allo sviluppo dell'*argomentazione* in matematica, tra l'altro molto presenti nelle *Indicazioni* (2007), ma rispetto ai quali gli insegnanti rilevano la mancanza di indicazioni didattiche o di esempi;

- aspetti legati alle *rappresentazioni* multiple di concetti matematici: come insegnare, favorire il saper passare da una rappresentazione ad un'altra di uno stesso concetto matematico? Come favorire l'apprendimento di rappresentazioni diverse di uno stesso fenomeno (fisico, sociale, ecc.)?

Non è ancora possibile sapere se ci saranno le risorse (anche economiche) per continuare questo progetto³⁵, di certo le componenti istituzionali del progetto EM.MA. sono intenzionate a non disperdere la ricchezza costruita e a cercare di mantenere un filo con i veri attori del progetto EM.MA.

Una prima sitografia

Naturalmente i pochi esempi ripresi dalle diverse realtà territoriali non rendono conto della ricchezza e della 'grandezza' del lavoro svolto nelle province, in così poco tempo (pochi mesi) e con così scarsi mezzi (anche economici!).

Si ritiene di fare cosa utile a tutti indicare dove sono reperibili i materiali di lavoro prodotti dagli insegnanti (dai loro diari di bordo, alle loro riflessioni e analisi) e i materiali elaborati dai gruppi provinciali (seminari provinciali, di rete, eventi nelle scuole) sono scaricabili dai siti provinciali:

Bologna - <http://www.corsionline.scuole.bo.it> (è sufficiente registrarsi);

Ferrara - <http://www.istruzioneeferrara.it/>, autonomia: area progetti, progetto emergenza matematica;

Forlì-Cesena - <http://85.18.135.22/gruppiricerca/modules/news/>;

Modena - [http://csa.provincia.modena.it/index.php/progetto-emergenza-matematica](http://csa.provincia.modena.it/index.php/progetto-emergenza-matematica;);

Parma - <http://www.itis.pr.it/emma/index.html>;

Piacenza - <http://www.csapiacenza.it/emma/emma.htm>;

Ravenna - <http://www.racine.ra.it/provveditorato/emma.html>;

Reggio Emilia - http://www.provvstudi.reggioemilia.it/formazione/form_docenti/form_docenti.html;

Rimini - http://www.rimini4.it/formazione/emma/html/inizio_emma.htm.

³⁵ L'USR Emilia-Romagna ha confermato che il progetto continuerà anche nel biennio 2010-2011, con una nuova serie di iniziative denominate EM.MA. 2.